

## Untersuchungen zu demographischen Gleichgewichtsverteilungen nach dem Zipfschen Gesetz

Gerß, Wolfgang; Gerß, Joachim

Veröffentlichungsversion / Published Version

Forschungsbericht / research report

**Zur Verfügung gestellt in Kooperation mit / provided in cooperation with:**

SSG Sozialwissenschaften, USB Köln

### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Gerß, W., & Gerß, J. (2005). *Untersuchungen zu demographischen Gleichgewichtsverteilungen nach dem Zipfschen Gesetz*. (Duisburger Beiträge zur soziologischen Forschung, 4/2005). Duisburg: Universität Duisburg-Essen Campus Duisburg, Fak. für Gesellschaftswissenschaften, Institut für Soziologie. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-117210>

### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer Deposit-Lizenz (Keine Weiterverbreitung - keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

### Terms of use:

This document is made available under Deposit Licence (No Redistribution - no modifications). We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

**DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN  
FORSCHUNG**

**No. 4/2005**

**Untersuchungen**

**zu demographischen Gleichgewichtsverteilungen  
nach dem Zipschen Gesetz**

**VON**

*Wolfgang und Joachim Gerß*

---

**Herausgeber der „Duisburger Beiträge zur soziologischen Forschung“  
ist das Institut für Soziologie.**

Kontaktadresse:

Universität Duisburg-Essen  
Standort Duisburg  
Fakultät für Gesellschaftswissenschaften  
Institut für Soziologie  
e-mail: [sigurd.matz@uni-duisburg.de](mailto:sigurd.matz@uni-duisburg.de)  
Lotharstraße 65  
D – 47048 Duisburg

Ein Verzeichnis aller bisher erschienenen Beiträge befindet sich im Anhang.  
ISSN 0949-8516 (Duisburger Beiträge zur soziologischen Forschung)



*Inhaltsverzeichnis*

<b>1. Anlass der Untersuchung</b>	2
<b>2. Theorie und Methode</b>	3
2.1 Mathematik als wissenschaftliches Werkzeug	3
2.2 Die Idee eines universellen Prinzips	5
2.3 Mathematische Begründung und Algorithmus	11
2.3.1 Motivation des Gesetzes von Zipf	12
2.3.2 Herleitung einer Ranggrößenverteilung als Grenzverteilung eines Gibrat'schen Wachstumsprozesses	14
2.3.3 Empirische Schätzung des Koeffizienten $\lambda$ einer Ranggrößenverteilung	18
2.4 Aussagefähigkeit der Ranggrößenverteilung	19
<b>3. Anwendung auf deutsche Daten</b>	23
3.1 Entwicklung des Kräfteverhältnisses im Zeitablauf	23
3.2 Beziehung der Teilmengen zueinander und zur Gesamtmenge	27
3.3 Auswirkung exogener Datenkatastrophen	29
3.4 Zusammenfassung politischer Gemeinden zu kommunalen Einzugs- bereichen	33
<b>4. Auf der Suche nach dem Gleichgewicht</b>	35
<b>Literaturverzeichnis</b>	41
<b>Anhang:</b> Abbildungen und tabellarische Übersichten	44

## 1. Anlass der Untersuchung

Spezielle Lehrveranstaltungen zu mathematischen Methoden für Studierende der Sozialwissenschaften sind in den Vorlesungsverzeichnissen der Universitäten eine Ausnahmerecheinung. In den Jahren 1993 bis 2003 fanden unter der Leitung des Erstautors dieser Abhandlung im Institut für Soziologie der Gerhart-Mercator- Universität Duisburg und im Sozialwissenschaftlichen Institut der Heinrich-Heine Universität Düsseldorf mehrere Vorlesungen und Seminare unter dem Titel „Sozialwissenschaftliche Modellkonstruktion mit mathematischen Methoden“ oder „Mathematische Grundlagen sozialwissenschaftlicher Modelle“ statt. Das Ziel dieser Veranstaltungen war, das mathematische Gerüst der Modelle nicht nur zu rezeptartig benutzen, sondern auch seine Entstehung in allen Details nachvollziehen zu können. In den einzelnen Semestern wurden unterschiedliche Schwerpunkte gesetzt, die sich nicht nach den sozialwissenschaftlichen Inhalten der Modelle, sondern nach den dazu verwendeten mathematischen Instrumenten – wie Differential- und Integralrechnung, Matrizenrechnung, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mengenlehre – richteten. Eine Erfahrung war, dass diese Instrumente den meisten Studierenden der Sozialwissenschaften kaum bekannt sind. Kenntnisse aus der Schule waren sehr oft entweder nie vorhanden (vor allem Matrizenrechnung) oder vergessen worden (z.B. Differential- und Integralrechnung). Ein großer Zeitanteil der Veranstaltungen musste daher für die Erarbeitung des mathematischen Basiswissens verwendet werden, so dass für die eigentliche Modellkonstruktion weniger Zeit übrig blieb, als es wünschenswert gewesen wäre. Da die Veranstaltungen zwar zum Erwerb vorgeschriebener Leistungsnachweise über das Lehrgebiet „Sozialwissenschaftliche Methodenlehre“ dienten, aber auf Grund ihrer speziellen Thematik nicht zum Pflichtprogramm der Studienordnung gehörten, war mit keiner besonders großen Teilnehmerzahl zu rechnen. Die kleine Gruppe von Teilnehmer(innen) war jedoch erfreulich interessiert und zur kontinuierlichen Mitarbeit bis zum jeweiligen Veranstaltungsende bereit. Für den Dozenten ergaben sich daraus Anregungen zu weiteren Arbeiten bis in die Zeit nach Abschluss des Veranstaltungszyklusses. Die vorliegende Abhandlung berichtet über in diesem Zusammenhang durchgeführte empirische Untersuchungen mit demographischen Daten der deutschen amtlichen Statistik. Die Autoren sind am Institut für Soziologie der Universität Duisburg-Essen (Prof. Dr. Wolfgang Gerß, Vater) und am Institut für medizinische Informatik und Biomathematik der Universität Münster (Dr. Joachim Gerß, Sohn) tätig. Zu den Modellen, die besondere Aufmerksamkeit erregten, gehört das sog. Zipfsche Gesetz. Dr. George Kingsley Zipf war Professor für Linguistik an der Harvard University in Cambridge/Mass und neben seiner wissenschaftlichen Tätigkeit ein engagierter – und dafür im Sinne der nach dem Zweiten Weltkrieg in den USA zeitweise herrschenden politischen Meinung attackierter – Kritiker des Morgenthau-Plans zur Zerstörung der deutschen Industrie. Er trug diese Kritik in einer für einen wissenschaftlichen Text ungewöhnlich emotionalen Wortwahl in seinem sonst sachlich argumentierenden im Jahr 1949 erschienenen Hauptwerk vor, in dem er – in ironischer Anspielung auf den sowjetrussischen Sprachgebrauch – seine Gegner als „intelligentsia“ bezeichnete (Zipf 1949, S. 430 f.). In diesem auf einigen früheren Arbeiten aufbauenden 573 Seiten starken Band stellte Zipf umfassend und detailliert sein – von ihm selbst nicht so bezeichnetes – „Gesetz“ und dessen vielfältige Anwendungsmöglichkeiten dar. Er ging dabei von quantitativen Untersuchungen der Struktur von Sprachen aus – Zipf wird daher als „Vater der statistischen Linguistik“ (Alexejew, Kalinin und Piotrowski 1973, S.10) angesehen – und verallgemeinerte seine Aussagen dann auf biologische, soziologische und ökonomische Fragestellungen.

In den folgenden Jahrzehnten wurde auf das Zipfsche Gesetz unter Hinweis auf Mängel seiner mathematischen Begründung eher kritisch-distanziert mit alternativ abgeleiteten Modellen oder thematisch auf die Linguistik eingeschränkt Bezug genommen. Dagegen trat in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften gegen Ende des 20. Jahrhunderts eine unerwartete Renaissance des Zipfschen Gesetzes ein, bisher im Wesentlichen beschränkt auf englischsprachige Literatur. In der deutschsprachigen sozialwissenschaftlichen Literatur ist das Zipfsche Gesetz anscheinend bisher nicht Gegenstand eigenständiger Abhandlungen, sondern wird nur ausnahmsweise und beiläufig neben vielen anderen Themen in Lehrbüchern erwähnt (so bei Rapoport 1980, S. 115 ff.). Seit dem Jahr 1995 sind – neben vielen linguistischen, biologischen, medizinischen, physikalischen, chemischen und informationswissenschaftlichen Arbeiten – mindestens 45 sozialwissenschaftliche oder wirtschaftswissenschaftliche Arbeiten erschienen (Internet-Recherche im Januar 2005), die sich in wesentlichem Umfang mit dem Zipfschen Gesetz befassen. Alle Texte sind englisch, die Publikationsorgane haben ihren Sitz fast immer im englischen Sprachraum. Die Autoren stammen – nach ihren Namen zu schließen – aus den verschiedensten Ländern. Offensichtlich deutsche oder möglicherweise deutschstämmige Namen – wie vermutlich der Name Zipf selbst – sind dabei äußerst selten.

## **2. Theorie und Methode**

### 2.1. Mathematik als wissenschaftliches Werkzeug

Die Zurückhaltung gegenüber mathematischen Methoden, die bei manchen Sozialwissenschaftlern besteht, ist darauf zurückzuführen, dass inhaltliche Fragestellungen im Vordergrund stehen, denen die formalen Werkzeuge – wie Mathematik und Statistik – so realitätsnah wie möglich angepasst werden müssen. Die mathematischen Modelle beruhen dagegen oft auf extrem vereinfachten und dementsprechend realitätsfernen Annahmen. Die statistischen und die darüber hinaus gehenden mathematischen Verfahren unterscheiden sich auch dadurch voneinander, dass den auf dem Gebiet der empirischen Sozialforschung arbeitenden Wissenschaftlern und Studierenden für statistische Auswertungen bequeme Software zur Verfügung steht. Die Qualifizierung im Umgang mit vorhandenen statistischen Auswertungsprogrammen ist daher für die Sozialwissenschaftler naheliegender als die Bemühung um Kenntnisse der Konstruktion und ggf. notwendigen eigenen Programmierung mathematischer Modelle. Andererseits ist die Mathematik als reinste Form des logischen Denkens auf jedem Forschungsgebiet für die wissenschaftliche Arbeit unentbehrlich. „Mathematik ist die Sprache der absoluten Strenge, Klarheit und Genauigkeit. Strenge, Klarheit und Genauigkeit sind Kriterien, von denen jede Wissenschaft geleitet sein sollte“ (Rapoport 1980, S. 9-10). Mathematik wird erfolgreich angewendet, seitdem es Wissenschaft gibt. Die Mathematisierung erfasste zunächst die Naturwissenschaften (insbesondere die Physik), dann allmählich auch die sich mit dem Verhalten von Menschen befassenden Wissenschaften wie die Sozialwissenschaft. Die mathematisch formulierten Zusammenhänge werden in der Regel als „Gesetze“ bezeichnet. Diese Bezeichnung – im Sinne eines festen Prinzips, das das Verhalten oder den Ablauf bestimmt – ist für die Physik ohne Einschränkung zutreffend. Ein spektakulärer Erfolg der Anwendung eines mathematisch formulierten physikalischen Gesetzes – hier das Gravitationsgesetz – war die theoretische Berechnung der Existenz des Planeten Neptun, bevor diese Existenz durch Beobachtung tatsächlich bestätigt werden konnte (Galle 1858). Sozialwissenschaftliche Erkenntnisse werden ebenfalls unter der Bezeichnung Gesetz kodifiziert, auch wenn die Zusammenhänge hier nicht so zwingend sind.

Berühmte Beispiele aus der Zeit vor dem Zipfschen Gesetz sind das Malthussche Gesetz der progressiven Bevölkerungsvermehrung (Malthus 1798), das Marxsche ökonomische Bewegungsgesetz der kapitalistischen Gesellschaft (Marx 1867) und - weniger prominent, aber für die empirische Sozialforschung sehr bedeutend - das Engelsche Gesetz über den nichtlinearen Zusammenhang der Nahrungsmittelausgaben und des Einkommens von Privathaushalten (Engel 1881, S.387).

Die mathematischen Modelle haben primär den Zweck, eine bestimmte Situation zu beschreiben, zu analysieren und zu verstehen. Aufgrund dieses Verständnisses dienen sie dazu vorherzusagen, welche Ereignisse tatsächlich eintreten bzw. wie sich reale Akteure verhalten werden. Schließlich können sie aufzeigen, wie sich ideale Akteure verhalten sollten, um ein System oder einen Prozess optimal zu steuern. Das Zipfsche Gesetz bezieht sich vor allem auf die Beschreibung, liefert aber auch Anhaltspunkte für die Vorhersage und die Steuerung, indem es den Weg zu als optimal empfundenen Gleichgewichtsverteilungen darstellt. Die in den Modellen angewendeten mathematischen Methoden sind deterministisch oder probabilistisch bzw. stochastisch. Deterministisch sind die Differentialrechnung, die Integralrechnung und die Funktionalanalysis. Die stochastischen Verfahren beruhen auf Annahmen über die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen und Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Das Zipfsche Gesetz in der von Zipf selbst verwendeten Form enthält keine Wahrscheinlichkeitsberechnungen und erscheint somit äußerlich rein deterministisch. Tatsächlich ist jedoch nur die Vorhersage der endgültigen Gleichgewichtsverteilungen von Häufigkeiten deterministisch, der dahin führende Prozess dagegen probabilistisch. Wie es für alle Gleichgewichtsverteilungen gilt, enthält also auch das Zipfsche Gesetz Elemente deterministischer und stochastischer Methoden. In der von späteren Autoren (Mandelbrot 1953, Simon 1955, Read 1988) revidierten Form führt das Zipfsche Gesetz zu einer Wahrscheinlichkeitsverteilung und ist damit stochastisch, enthält aber mit Differenzgleichungen immer noch einen deterministischen Bestandteil.

Bei der Verwendung mathematischer Methoden muss zwischen quantitativen und nichtquantitativen (qualitativen) Modellen unterschieden werden. Hier ist zu beachten, auf welcher Skala die Modellvariablen gemessen werden können. Zum Beispiel soll die folgende Aussage mathematisch formuliert werden: „Die Anfälligkeit für rechtsradikale Ideologien (Variable R) wächst mit der Individualisierung der Gesellschaft durch Lösung traditioneller Bindungen (Variable I) und sinkt mit der Zunahme des Bildungsgrades (Variable B) und des gesellschaftlichen Ansehens (Variable A), wobei die letzten beiden Komponenten voneinander abhängig sind.“ Die mathematische Formulierung lautet:

$$R = \frac{I}{B \cdot A}$$

Die damit festgelegten mathematischen Operationen Multiplikation und Division sind aber nur dann zulässig, wenn es gelingt, die qualitativen Variablen R, I, B und A zu quantifizieren, so dass sie auf einer metrischen Skala gemessen werden können. Außerdem müssen die Maßeinheiten der Variablen miteinander kompatibel sein. Wenn diese Bedingungen nicht erfüllt werden können, ist die verwendete mathematische Formulierung unsinnig. Ein weiteres Problem ergibt sich aus den mathematischen Methoden zugrundeliegenden Axiomen. Während in der Physik als Axiome beziehungsweise grundlegende physikalische Gesetze zwar nicht beweisbare, aber auch unbestrittene und daher nicht beweisbedürftige Aussagen über die Realität verwendet werden, sind die Axiome in den Sozialwissenschaften – zunächst unabhängig von ihrer Realitätsnähe – Bedingungen, die zur Konstruktion des angestrebten mathematischen Modells erfüllt sein müssen.

Die physikalischen – wie allgemein die naturwissenschaftlichen – Axiome sind gesicherte Fakten, die sozialwissenschaftlichen Axiome dagegen sind Hypothesen, die nur als System zueinander konsistent sein müssen. An dieser Stelle sei die – in verschiedenen Variationen überlieferte – Geschichte dreier Wissenschaftler erwähnt, die in einer außergewöhnlichen gemeinsamen Problemsituation je nach ihrer gewohnten Arbeitsweise unterschiedliche Lösungen anbieten. Nach einem Schiffsunglück stranden ein Physiker, ein Biologe und ein Soziologe auf einer unbewohnten Insel. Als Nahrung besitzen sie nur verschlossene Konservendosen. Um an den Inhalt heranzukommen, schlägt der Physiker vor, einen nuklearen Prozess auszulösen, der die Dosen sprengen würde. Dieser Vorschlag wird verworfen, da vermutlich von dem Doseninhalt nichts mehr übrig bleiben würde. Der Biologe schlägt vor, eine Kultur von Bakterien anzulegen, die das Metall der Dosen zerfressen würde. Auch dieser Vorschlag wird nicht weiter verfolgt, da der Doseninhalt nicht mehr appetitlich wäre. Schließlich erklärt der Soziologe, dass das Problem leicht zu lösen wäre; man müsse nur die Hypothese aufstellen, man hätte einen Dosenöffner. Diese Karikatur enthält durchaus einen die Wissenschaften zutreffend charakterisierenden Kern.

Die Beachtung, die das Zipfsche Gesetz noch Jahrzehnte nach seiner Formulierung in offensichtlich zunehmendem Ausmaß erfährt, ist auf die frappierende Regelmäßigkeit der auf diesem Gesetz beruhenden Verteilungsform zurückzuführen. Die mathematische Erklärung für die vielfältige empirische Bestätigung in verschiedensten Anwendungsbereichen war dagegen umstritten. „Zipf's Erklärung für diese offensichtliche Regelmäßigkeit ist verschwommen – ja sie grenzt so sehr ans Phantastische, dass gewöhnliche Maßstäbe wissenschaftlicher Bewertung oder Kritik auf sie nicht mehr angewendet werden können.“ (Rapoport 1980, S 116). Zipf starb bereits im Jahr 1950 und konnte sich daher gegen diesen überzogenen Vorwurf nicht mehr wehren. Andernfalls hätte er zu seiner und seines Gesetzes Ehrenrettung entgegnen können: „Ich weiß zwar nicht warum, aber es funktioniert trotzdem.“

### 2.2. Die Idee eines universellen Prinzips

Die Zipfsche Philosophie geht von der Vorstellung aus, dass es im individuellen und kollektiven Verhalten der Menschen wie allgemein in der belebten und auch der unbelebten Natur die Tendenz gibt, einen bestimmten Zweck auf einem Weg zu erreichen, der situationsgemäß unterschiedlich, aber jeweils mit der geringsten möglichen Anstrengung verbunden ist. Dieses „Prinzip der geringsten Anstrengung“ (principle of least effort) bedeutet nicht, dass immer der tatsächlich kürzeste oder schnellste Weg eingeschlagen wird. Dieser kann durch für den Akteur unüberwindbare Hindernisse versperrt oder ihm unbekannt sein. Ausgewählt wird derjenige Weg zum Ziel, für den nach eigener Kenntnis des Akteurs oder ihm zugänglicher Erfahrung anderer die Wahrscheinlichkeit am größten ist, dass die über die ganze Zeit von der Gegenwart bis zur überschaubaren Zukunft integrierte erwartete Anstrengung zur Überwindung aller bekannten oder vermuteten Widerstände am geringsten ist. Die damit gestellte Aufgabe, das Verhalten unter Nebenbedingungen zu optimieren, ist dann eindeutig lösbar, wenn es nur ein einziges Ziel gibt. In der Regel verfolgt aber bereits ein einzelner Akteur meist zwei oder mehrere Ziele; bei einer Gruppe gemeinsam handelnder Akteure ist dies wohl stets der Fall. Die verschiedenen Ziele sind nur im unrealistischen Grenzfall vollkommen widerspruchsfrei; im Normalfall stehen sie zueinander in mehr oder weniger starker Konkurrenz. Sie können zu zwei Gruppen zusammengefasst werden: Die Zielerreichung erfordert entweder eine Verringerung oder eine Vergrößerung der Streuung der untersuchten Einheiten nach dem interessierenden Merkmal.

Soweit Ziele über eine Verringerung der Streuung verfolgt werden, wirkt die „Kraft der Vereinheitlichung“ (force of unification). Bei einer Zielverfolgung über eine Vergrößerung der Streuung wirkt die „Kraft der Differenzierung“ (force of diversification). Die beiden gegeneinander konkurrierenden Kräfte schließen in der Regel aus, dass nur eine Zielgruppe zum Zuge kommt und die andere vollständig unterdrückt wird, sondern führen zu einem Kompromiss.

Dabei strebt das aus den Akteuren, Wegen und Zielen gebildete System stets danach, dass der aus dem Zusammenwirken beider Kräfte resultierende Kompromiss ein Gleichgewicht darstellt. Ein stabiles Gleichgewicht wird dann erreicht, wenn die Kraft der Vereinheitlichung gleich der Kraft der Differenzierung ist. Wenn man die N untersuchten Einheiten in der Rangfolge ihrer Häufigkeit bzw. ihrer Größe nach dem interessierenden Merkmal (mit Rangnummer 1 für die häufigste bzw. größte Einheit bis Rangnummer N für die seltenste bzw. kleinste Einheit) auf der horizontalen Achse des ersten Quadranten eines rechtwinkligen Koordinatensystems anordnet, und in Richtung der vertikalen Achse die absolute oder relative Häufigkeit bzw. Größe des Merkmalswertes einträgt, ergibt sich nach Verbindung der im ersten Quadranten erscheinenden Folge diskreter Punkte und Approximation dieser Verbindungslinie durch eine fiktive stetige Kurve eine zu den Achsen gewölbte Hyperbel. Diese Kurve ist das graphische Bild der „Ranghäufigkeitsverteilung“ bzw. „Ranggrößenverteilung“ (rank frequency distribution bzw. rank size distribution). Wenn man beide Achsen logarithmiert, wird aus der Hyperbel eine von links oben nach rechts unten verlaufende gerade Linie. Diese stellt – nach Normierung der Maßeinheiten der beiden Achsen – dann die stabile Gleichgewichtsverteilung dar, wenn sie mit jeweils  $45^\circ$  sowohl auf die vertikale als auch auf die horizontale Achse zuläuft. In diesem Fall wird exakt ein Ausgleich zwischen der Tendenz zur Konzentration aller Häufigkeiten bzw. Merkmalswerte auf die größte Einheit (Dominanz der Kraft der Vereinheitlichung) und der Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung aller Häufigkeiten bzw. Merkmalswerte auf sämtliche Einheiten (Dominanz der Kraft der Differenzierung) erreicht. Nach einem solchen idealen Gleichgewicht strebt das System, soweit und solange es nicht durch zusätzlich auftretende Eingriffe gestört wird. Die Abweichungen der empirisch ermittelten Punkte bzw. der ihnen angepassten stetigen Kurve von der idealen Gleichgewichtslinie können als Auswirkungen bestimmter Störungen des normalen Prozesses durch historisch zu identifizierende Ereignisse interpretiert werden. Das Zipfsche Gesetz ist – anders als die meisten anderen wissenschaftlichen Gesetze – nicht in einem einzigen Satz formulierbar, sondern ein komplexes Gefüge aus dem Prinzip der geringsten Anstrengung, den Kräften der Vereinheitlichung und der Differenzierung und der Ranggrößenverteilung als stabiler Gleichgewichtsverteilung. Zipf sieht in diesem Modell ein universell gültiges Prinzip und liefert dazu zahlreiche natur- und geisteswissenschaftliche Beispiele.

In der Terminologie jüngerer Publikationen wird die Bezeichnung „Zipfsches Gesetz“ in der Regel auf den Fall beschränkt, dass das ideale Gleichgewicht der beiden Kräfte tatsächlich gegeben ist. Im Fall der Dominanz einer der beiden Kräfte wird lediglich allgemein von der Ranggrößenverteilung gesprochen.

Das Prinzip der geringsten Anstrengung ist eine Verallgemeinerung des in der Physik definierten „Prinzips der kleinsten Wirkung“, das durch einfache Beobachtungen demonstriert werden kann. Natürliche Fließgewässer fließen nicht geradlinig von der Quelle zur Mündung, sondern suchen sich je nach Beschaffenheit der Erdoberfläche einen oft sehr verschlungenen Umweg, der die Fließstrecke verlängert, aber dem Wasser nur die am leichtesten überwindbaren Hindernisse entgegstellt.

Ein Lichtstrahl durchdringt einen Gegenstand nicht unbedingt geradlinig, sondern wird durch uneinheitliche Dichte des Gegenstands vom kürzesten zum am leichtesten zu durchdringenden und daher schnellsten Weg abgedrängt. Der Transport von einem Ort A zu einem Ort B ist nicht auf gerader Strecke am kostengünstigsten, wenn zwischen den beiden Orten ein steiles Gebirge liegt. Auch die gegeneinander gerichteten Kräfte der Vereinheitlichung und der Differenzierung haben ihre Entsprechung in der Physik. Die Bewegung der Sterne, Planeten und Monde wird durch die Urknalltheorie in Verbindung mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz erklärt (Jordan 1955). Die Urexplosion schleudert die durch sie entstandene Materie vom Ursprung des Weltalls aus in alle Richtungen (Kraft der Differenzierung), durch die Schwerkraft bzw. unterschiedliche Anziehungskraft der verschieden großen Teile der Materie werden nach Isaac Newton die kleineren Himmelskörper aufgesogen oder in eine (annähernde) Kreisbahn um die größeren gezwungen (Kraft der Vereinheitlichung). Der gegenwärtige Zustand des Universums ist das Resultat des Ausgleichs dieser beiden Kräfte. Das Newtonsche Gravitationsgesetz ist zwar seit Einsteins Relativitätstheorie überholt (Einstein 1922), gilt aber nach wie vor als ausreichende Näherung. In der Biologie sind die Kräfte der Vereinheitlichung und der Differenzierung wichtige Elemente der Evolution der Lebewesen. Die Malthussche Bevölkerungslehre – nach der die wegen des geometrischen Wachstums der Bevölkerung und des nur arithmetischen Wachstums der Nahrungsmittelmenge bei fehlendem vorbeugenden Verhalten der Menschen resultierende Überpopulation durch selektive Vernichtung menschlichen Lebens (Hunger, Krankheit, Krieg) ausgeglichen wird (Malthus 1798) – lieferte die Anregung zur Darwinschen Selektionstheorie (Darwin 1859).

Die einzelnen Lebewesen derselben Art sind meist sehr verschieden. Aus dieser zum großen Teil durch Vererbung übertragenen Unterschiedlichkeit folgt in Verbindung mit der ständigen Überproduktion an Nachwuchs, dass bei dem in dieser Situation unvermeidbaren Kampf ums Dasein als züchterische Macht jederzeit diejenigen Lebewesen als überlebende Sieger hervorgehen, die den jeweils gegebenen Lebensbedingungen am besten angepasst sind. Auf diese Weise führt die natürliche Zuchtwahl (selection) zur Konzentration der Fortpflanzung auf bestimmte ausgewählte Lebewesen (Kraft der Vereinheitlichung). Die Selektionstheorie wurde später durch die Mutationstheorie ergänzt (de Vries 1901). Danach treten in den Genen spontane und ungerichtete zufällige – d.h. auf keine erkennbaren Außenreize zurückführbare – Veränderungen (Mutationen) auf (Kraft der Differenzierung). „Die Selektion fördert aus diesem blinden Angebot neuen Evolutionsstoffes das am besten Angepasste und merzt das weniger Konkurrenzstarke aus“ (Stresemann 1951, S. 275). Das Wirken von Vereinheitlichung und Differenzierung zeigt sich sehr anschaulich bei biologischen Populationsuntersuchungen. So wurde bei Bestandszählungen in einem bestimmten Gebiet festgestellt, dass dort 74 Vogelarten mit insgesamt 19436 Vögeln vorkommen (Gerß 2000). Die Ranghäufigkeitsverteilung – mit den auf der horizontalen Achse von Rang 1 (häufigste Art) bis Rang 74 (seltenste Art) angeordneten Arten und ihren auf der vertikalen Achse angegebenen Bestandszahlen – zeigt die erwartete charakteristische Hyperbelform; d.h. neben wenigen sehr häufigen gibt es viele nur vereinzelt auftretende Arten (Abb. 1). Das Ausmaß der Wölbung der die beobachteten Häufigkeiten (hier nur sehr unvollkommen) approximierenden Kurve zum Nullpunkt des Koordinatensystems im Vergleich zur Wölbung der Gleichgewichtsverteilung drückt aus, dass die Kraft der Differenzierung über die Kraft der Vereinheitlichung dominiert.

Das Artenspektrum ist verhältnismäßig groß; dabei gibt es oft nach ihren Rangnummern aufeinander folgende Arten mit jeweils gleicher oder annähernd gleicher Häufigkeit. Die Avifauna entspricht damit nicht dem natürlichen Gleichgewichtszustand.

In der Linguistik – Zipfs eigenem Forschungsgebiet – treten alle Elemente seines Gesetzes besonders deutlich in Erscheinung. Die Entstehung und Fortentwicklung der Sprache war in der Frühzeit des homo sapiens (oder bereits seiner Vorfahren) mit außerordentlich großem geistigen Input verbunden; dasselbe gilt für das Sprechenlernen eines Kleinkindes. Daher ist es nahe liegend, der Sprachbildung das Prinzip der geringsten Anstrengung zugrunde zu legen.

Aus der Sicht des Sprechers fällt die geringste Anstrengung (des Sich-Ausdrückens) dann an, wenn er mit so wenigen Worten wie möglich – im Extremfall mit einem einzigen Wort – die gesamte Kommunikation bestreiten kann. Der Interessenlage des Sprechers entspricht also das Wirken der Kraft der Vereinheitlichung. Dagegen trifft den Hörer dann die geringste Anstrengung (des Verstehens), wenn jede denkbare Bedeutung mit einem eigenen Wort belegt ist. Der Hörer ist damit am Wirken der Kraft der Differenzierung interessiert. Da jeder Mensch in gleichem Maß Sprecher und Hörer ist, haben die beiden Kräfte gleiches Gewicht, so dass es zu einem stabilen Ausgleich zwischen der Vereinheitlichung und der Differenzierung kommt. Die Ranghäufigkeitsverteilungen real existierender Sprachen – mit den auf der horizontalen Achse von Rang 1 (häufigstes Wort) an bis zum seltensten Wort angeordneten Wörtern und der auf der vertikalen Achse vermerkten Häufigkeit ihres Vorkommens – sind daher nahezu perfekte Gleichgewichtsverteilungen. Wie bei der Sprachbildung sind auch bei anderen von Menschen angestrebten Zielen widersprüchliche Kräfte wirksam, die einen Kompromiss notwendig machen. Da das Universalgenie, das auf allen Wissensgebieten Höchstleistungen schafft, als Bildungsziel bei der Vielfalt der Wissensgebiete heute nicht mehr erreichbar ist (vielleicht auch früher nicht erreicht wurde), muss sich der Bildungsbeflissene entscheiden, ob er zur Spezialisierung mit gründlichen Kenntnissen auf einem Gebiet und höchstens Grundwissen auf anderen Gebieten strebt, also der Kraft der Vereinheitlichung folgt, oder ob er die Generalisierung mit solidem Wissen über alle Gebiete ohne vertiefte Kenntnisse auf einem bestimmten Gebiet bevorzugt, sich also von der Kraft der Differenzierung leiten lässt. Diese Entscheidungssituation liefert den Anlass zu einer – in leicht variierenden Formulierungen überlieferten – verbalen Karikatur mathematischer Grenzwertbetrachtungen. Danach heißt Spezialisierung, immer mehr über immer weniger zu wissen, bis man schließlich alles über nichts weiß. Generalisierung heißt, über immer mehr immer weniger zu wissen bis man schließlich über alles nichts weiß. Dieser ironische Aphorismus verdeutlicht, dass mathematische Modelle weit über das Ziel hinausschießen können, die Realität abzubilden. Wichtiger ist hier aber, dass das realisierbare Optimum offensichtlich zwischen den Extremen liegt, also im Bereich des Ausgleichs der beiden Kräfte der Vereinheitlichung und der Differenzierung.

Mit der Übertragung des Verhaltensmusters einzelner Menschen auf die Beziehungen zwischen Gruppen von Menschen oder von Menschen geschaffenen Institutionen (Unternehmen, Siedlungen, Staaten) erhält das Zipfsche Gesetz gesellschaftswissenschaftliche Relevanz.

Ein Grundtatbestand der Volkswirtschaftslehre ist das sog. ökonomische Prinzip, das in der Literatur etwa wie folgt definiert wird: „Bei dem ökonomischen Prinzip handelt es sich ... um ein Vergleichen zwischen Mittelaufwand und Ergebnis, wobei ausgesagt wird, dass der Mensch bemüht ist, mit möglichst geringem Aufwand einen möglichst großes Maß an Erfolg zu erzielen, oder ... dass er einen angestrebten Erfolg mit einem möglichst geringen Mittelaufwand erreichen möchte.“

Und darum spricht man auch vom Optimierungsprinzip oder auch dem Prinzip des kleinsten Mittels “(Lütge 1959, S. 922). Die erste Hälfte des ersten zitierten Satzes, nach der gleichzeitig der Aufwand minimiert und der Erfolg maximiert werden soll, ist ein Beispiel für die mögliche Schwäche verbaler Formulierungen. Die mathematische Formulierung würde sofort aufdecken, dass eine derartige doppelte Optimierung ausgeschlossen ist. Die zweite Hälfte des ersten und der zweite zitierte Satz zeigen dagegen deutlich, dass es sich hier um das Prinzip der geringsten Anstrengung handelt. Allerdings wird statt der Aufwandsminimierung meistens die Nutzenmaximierung als allgemeines Prinzip des wirtschaftlichen Verhaltens angesehen. Mit Beginn des industriellen Hochkapitalismus im 19. Jahrhundert wurde die Nutzenmaximierung auf „das Gewinnstreben des Einzelnen als die nicht zu hemmende Grundkraft des Wirtschaftsprozesses“ (Beutin 1959, S. 1413) verengt. Die Kräfte der Vereinheitlichung und der Differenzierung wirken sich in der Wirtschaft zum Beispiel in der Branchenstruktur des Einzelhandels aus. Den unterschiedlichen Bedürfnissen der Kunden entsprechend gibt es neben Kaufhäusern mit sämtlichen Konsumgütern unter einem Dach Spezialgeschäfte mit jeweils einem oder wenigen nahe verwandten Produkten. Hier lässt sich die in der Statistik fundamentale Unterscheidung zwischen der Streuung innerhalb und der Streuung zwischen den betrachteten Einheiten (Fisher 1925) demonstrieren. Die Homogenität bzw. geringe Streuung der Produkte innerhalb der Spezialgeschäfte ist das Ergebnis der Kraft der Vereinheitlichung, die Heterogenität bzw. große Streuung der Produktpalette innerhalb der Kaufhäuser folgt aus der Kraft der Differenzierung. Dagegen unterscheiden sich die Produktpaletten der Kaufhäuser kaum voneinander, die Streuung zwischen den Kaufhäusern ist also sehr gering (Kraft der Vereinheitlichung). Das Angebot der Spezialgeschäfte ist sehr verschieden, die Streuung zwischen ihnen also sehr groß (Kraft der Differenzierung). Eine gesunde Branchenstruktur ist das Ergebnis des Ausgleichs der beiden Kräfte. Auch die Zusammensetzung eines Wirtschaftsbereichs aus großen und kleinen Unternehmen lässt sich auf die Kräfte der Vereinheitlichung und der Differenzierung zurückführen.

Zum Aufbau bestimmter Industrien und allgemein zur Produktivitätssteigerung durch Serienfertigung war die Bildung von Großunternehmen zweckmäßig (Kraft der Vereinheitlichung). Handwerkliche und sonstige kleinere Unternehmen erwiesen sich dagegen oft als flexibler und stabiler (Kraft der Differenzierung), wenn auf wirtschaftliche Wechsellagen reagiert werden musste. Die Größe eines Unternehmens kann an verschiedenen Merkmalen gemessen werden, zum Beispiel an der Beschäftigtenzahl, dem Umsatz und der Wertschöpfung. Die Ranggrößenverteilung eines Wirtschaftsbereichs – mit den vom größten (Rang 1) bis zum kleinsten geordneten Unternehmen auf der horizontalen und der Unternehmensgröße auf der vertikalen Achse – stellt die Streuung der Unternehmensgröße dar. Eine sehr gute Annäherung an die Gleichgewichtsverteilung ergibt sich insbesondere dann, wenn statt der Unternehmen als rechtliche Einheiten deren Betriebe als lokale Einheiten betrachtet werden (Abb.2). Dieses Ergebnis zeigte sich bei der Untersuchung von 1829 im Regierungsbezirk Köln liegenden Betrieben des Verarbeitenden Gewerbes nach ihrem im Jahr 2003 erzielten Umsatz. Die zugrunde liegenden Berechnungen erfolgten nach unveröffentlichten Einzelangaben je Betrieb aus der Sozialproduktsberechnung des Landesamtes für Datenverarbeitung und Statistik Nordrhein-Westfalen (zur Methode der Sozialproduktsberechnung siehe Gerß 1984). Beim Vergleich der Abbildungen 1 und 2 ist zu beachten, dass in Abb.1 die vollständige Verteilung, in Abb.2 dagegen nur ein vergrößerter Ausschnitt dargestellt ist.

Bei vollständiger Darstellung der Ranggrößenverteilung der 1829 Betriebe wäre die Abweichung der Regressionskurve von der Gleichgewichtsverteilung nicht mehr sichtbar. In einem Bundesstaat steht der Zentralstaat (in Deutschland Bund, in USA union) in Konkurrenz zu den Gliedstaaten (in Deutschland Länder, in USA states). Beide Seiten haben das Interesse, ihre Zuständigkeiten zu erhalten oder auszuweiten. Der Zentralstaat setzt auf die Kraft der Vereinheitlichung, die Gliedstaaten auf die Kraft der Differenzierung. Der Interessenkonflikt hat in den USA zum Bürgerkrieg geführt. In Deutschland drückt sich die Wirksamkeit der beiden gegensätzlichen Kräfte in dem mühsamen Prozess der Föderalismusreform aus. Die deutsche Geschichte liefert reichlich Material über den ständigen Machtkampf zwischen dem Zentralstaat und den Gliedstaaten. Im Kaiserreich standen den Ländern ausgeprägte Rechts- und Souveränitätsvorbehalte zu, so dass die Kraft der Differenzierung dominierte.

Die Weimarer Republik brachte dem Reich auf Kosten der Länder eine erhebliche Stärkung, die im nationalsozialistischen Staat so weit gesteigert wurde, dass nur noch die Kraft der Vereinheitlichung Geltung hatte. Die Erfahrungen aus der Kaiserzeit und der Zeit zwischen den beiden Weltkriegen haben Anlass zu der Feststellung gegeben, dass der Zentralstaat im Lauf der Zeit immer mehr Aufgaben an sich zieht, es also eine „Anziehungskraft des größeren Etats“ gibt (Popitz 1926). Um dieser ohne Gegenmaßnahmen unvermeidbaren Zentralisierungstendenz entgegenzuwirken, stellt das Grundgesetz der Bundesrepublik Deutschland wieder das föderative Prinzip in den Vordergrund und legt die Rechte und Pflichten des Bundes und der Länder umfassend und sehr detailliert verbindlich fest. Die dauerhafte Existenz eines Bundesstaates ist nur gewährleistet, wenn die Kräfte der Vereinheitlichung und der Differenzierung in einem ausgewogenen Verhältnis zueinander stehen.

Außerhalb der Linguistik hat das Zipfsche Gesetz am häufigsten zur Darstellung und Analyse der Verteilung der Bevölkerung eines Landes auf Siedlungen verschiedener Größe Anwendung gefunden. Die Menschen treffen ihre Entscheidung zur Ansiedlung nach zwei Zielrichtungen. Wer ein großes Angebot an Arbeitsplätzen, Waren und Dienstleistungen präferiert, siedelt sich – entsprechende Mobilität vorausgesetzt – in der Großstadt an. Wem Ruhe, landschaftlicher Freiraum und saubere Luft wichtiger sind, der bevorzugt als Wohnsitz eine kleine ländliche Gemeinde. Bei den Großstadtmenschen steht die Kraft der Vereinheitlichung im Vordergrund, bei der ländlichen Bevölkerung die Kraft der Differenzierung. Da stets beide Zielrichtungen – wenn auch nicht immer mit gleicher Intensität – verfolgt werden, gibt es eine Mischung von großen und kleinen Siedlungen. Das Ausmaß der Bevölkerungsagglomeration bzw. der regionalen Streuung der Bevölkerung hängt vor allem von der Bevölkerungsdichte, dem Industrialisierungsgrad und den Verkehrsmitteln ab. Das Zusammenwirken der Kräfte der Vereinheitlichung und der Differenzierung ermöglicht, dass die vielfältige – materielle und immaterielle, entgeltliche und unentgeltliche – Bedürfnisbefriedigung zu den niedrigsten Gesamtkosten (Produktions- und Transportkosten aller Güter sowie Fahrkosten aller Erwerbstätigen und Konsumenten zusammen) erfolgt und auf diese Weise dem Prinzip der geringsten Anstrengung genügt. Die Ranggrößenverteilung ergibt sich hier durch Anordnung der Siedlungen von der größten (Rang 1) bis zur kleinsten auf der horizontalen Achse und ihrer Einwohnerzahlen auf der vertikalen Achse.

Derartige demo-/geographische Ranggrößenverteilungen sind das Thema des Hauptkapitels 3.

### 2.3. Mathematische Begründung und Algorithmus

Zur mathematischen Herleitung des Gesetzes von Zipf bzw. einer Ranggrößenverteilung als stationäre Grenzverteilung findet sich in der Literatur eine Vielzahl verschiedener Ansätze. Carroll (1982) gibt einen Überblick über die bis dahin erschienenen Arbeiten, von denen die meisten allerdings wesentliche Schwächen aufweisen. In der vorliegenden Arbeit werden plausible Ansätze zur Herleitung des Gesetzes wiedergegeben, die auf den Arbeiten von Gabaix (1999), Harrison (1985) und Cordoba (2004) beruhen.

Gabaix (1999) baut seine Herleitung auf dem grundlegenden Gesetz von Gibrat auf. Man geht hier davon aus, dass sich alle Städte einer Region gemäß stochastischer Wachstumsprozesse entwickeln. Nach dem Gesetz von Gibrat (1931) sind die Wachstumsprozesse aller Städte insbesondere dadurch gekennzeichnet, dass sie eine gemeinsame mittlere Wachstumsrate sowie eine identische Varianz aufweisen. Unter diesen Bedingungen lässt sich mit Hilfe von Resultaten aus der Arbeit Harrison (1985) eine Ranggrößenverteilung als Grenzverteilung der Bevölkerungszahlen aller Städte herleiten.

In einem alternativen Ansatz zur Motivation des Zipf-Gesetzes geht Gabaix (1999) davon aus, dass die Bevölkerungszahlen bereits irgendeine noch nicht spezifizierte stationäre Grenzverteilung angenommen haben. Fragt man dann, welche Verteilung für diesen stationären Zustand in Frage kommt, so ergibt sich mit Hilfe relativ einfacher Argumente die Zipf-Verteilung als möglicher Kandidat dieser Grenzverteilung.

Ein dritter wichtiger Ansatz wird in Cordoba (2004) vorgestellt, in dem die Argumentation ähnlich wie in obigem zweiten Ansatz in gewissem Sinn in rückwärtiger Richtung geführt wird. Cordoba geht davon aus, dass die Bevölkerungszahlen eine stationäre Grenzverteilung aufweisen, die allerdings nicht wie oben unspezifiziert gelassen, sondern als Ranggrößenverteilung vorausgesetzt wird. Unter dieser Bedingung wird im Rückschluss der Frage nachgegangen, welchem Gesetz die Wachstumsprozesse der beobachteten Städte unterliegen müssen, um eben diese Grenzverteilung zu erzeugen. Es ergibt sich ein so genanntes verallgemeinertes Gesetz von Gibrat. Alle Städte müssen notwendigerweise gemeinsame mittlere Wachstumsraten aufweisen. Die Varianzen der Wachstumsraten sind allerdings nicht identisch, sondern unterscheiden sich je nach der Größe der Stadt. Bezeichnet  $b$  die Bevölkerungszahl einer Stadt und  $\lambda$  den Koeffizienten der stationären Ranggrößenverteilung, so gilt für die Variabilitäten der Wachstumsraten  $\sigma^2(b) \sim b^{\lambda-1}$ .

Im Falle einer Grenzverteilung mit  $\lambda < 1$  weisen größere Städte eine geringere Variabilität in ihren Wachstumsraten auf als kleinere Städte, bei  $\lambda > 1$  gilt ein umgekehrter Zusammenhang. Der Fall  $\lambda = 1$  (Gesetz von Zipf) entspricht einem Wachstumsprozess mit  $\sigma^2(b) = \text{konst.}$ , in dem die Variabilität der Wachstumsrate einer Stadt unabhängig von deren Größe ist.

In den folgenden Abschnitten 2.3.1 und 2.3.2 werden die Ansätze von Gabaix (1999) bzw. Harrison (1985) zur Herleitung bzw. Motivation der Ranggrößenverteilung als stationäre Grenzverteilung wiedergegeben. Anschließend wird in 2.3.3 ein Verfahren zur empirischen Schätzung des Koeffizienten  $\lambda$  einer Ranggrößenverteilung vorgestellt, um den Verlauf beobachteter Anwendungsdaten wiederzugeben.

2.3.1 Motivation des Gesetzes von Zipf

Bezeichne

B die Bevölkerungszahl einer Stadt und

R den Rang einer Stadt bzgl. ihrer Größenordnung innerhalb einer bestimmten Region.

Dann besagt das Gesetz von Zipf, dass der Zusammenhang zwischen der Bevölkerungszahl und dem Rang einer Stadt lautet:

$$R \cdot B^\lambda = \text{konst.} \quad \text{mit } \lambda = 1$$

$$\text{d.h. } R = \text{konst.} \cdot B^{-\lambda} = \text{konst.} \cdot B^{-1}$$

Wie man leicht sieht, lässt sich der Rang einer Stadt mit Bevölkerungszahl  $b$  gleichwertig darstellen als Anzahl aller Städte der Region, die mindestens  $b$  Einwohner haben. Formal schreibt sich dieser Zusammenhang

$$R(b) = P(B \geq b) \quad ,$$

wenn man auf der rechten Seite der Gleichung anstelle der absoluten Anzahl der Städte äquivalent die relative Häufigkeit bzw. Wahrscheinlichkeit betrachtet. Auf diese Weise lässt sich das Gesetz von Zipf umformen zu

$$P(B \geq b) = R(b) = \text{konst.} \cdot b^{-\lambda} = \text{konst.} \cdot b^{-1} \quad .$$

Zur Motivation des Gesetzes von Zipf bezeichne nun

$D_t$  die normierte Größe einer Stadt zur Zeit  $t$ , d.h. den Bevölkerungsanteil ihrer Einwohner an der Gesamtpopulation und

$N$  die Anzahl der Städte in einer Region.

Jede Stadt einer Region folge einem Wachstumsprozess

$$D_{t+1} = \gamma \cdot D_t$$

mit einer zufälligen Wachstumsrate  $\gamma$ . Nach dem Gesetz von Gibrat geht man davon aus, dass die Wachstumsraten aller Städte stochastisch unabhängige Zufallsvariablen darstellen, deren Verteilung identisch und damit insbesondere unabhängig von der Größe einer Stadt ist. Formal gilt für die Wachstumsraten  $\gamma$  aller Städte die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte  $f(\gamma)$ . Weiterhin fordert man für den Erwartungswert aller Wachstumsraten  $E[\gamma]=1$ . Auf diese Weise bleibt die normierte Größe jeder Stadt im Mittel konstant und der entsprechende Bevölkerungsanteil weist nicht etwa eine systematisch ansteigende oder abfallende Tendenz im Laufe der Zeit auf.

Bezeichne nun

$$G_t(d) := P(D_t \geq d) \quad .$$

Dann gilt

$$\begin{aligned}
 G_{t+1}(d) &= P(D_{t+1} \geq d) \\
 &= E[Z] \quad , \quad \text{wobei } Z \text{ eine binäre Zufallsvariable darstellt} \\
 &\quad \text{mit } Z = \begin{cases} 1 & \text{falls } D_{t+1} \geq d \Leftrightarrow \gamma \cdot D_t \geq d \Leftrightarrow D_t \geq d/\gamma \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\
 &= E_\gamma[E(Z|\gamma)] \quad , \quad \text{siehe unten} \\
 &= E_\gamma\left[P\left(D_t \geq \frac{d}{\gamma} \mid \gamma\right)\right] \\
 &= E_\gamma\left[G_t\left(\frac{d}{\gamma}\right)\right] \\
 &= \int_0^\infty G_t\left(\frac{d}{\gamma}\right) \cdot f(\gamma) \, d\gamma \quad .
 \end{aligned}$$

In der dritten Zeile wird dabei der folgende Zusammenhang für zwei Zufallsvariablen U und V mit beliebiger gemeinsamer Dichte f(u,v) verwendet:

$$\begin{aligned}
 E(U) &= \iint u \cdot f(u,v) \, du \, dv \\
 &= \iint u \cdot f(u|v) \, du \cdot f(v) \, dv = \int E(U|v) \cdot f(v) \, dv = E_v[E(U|V)] \quad .
 \end{aligned}$$

Falls der Prozess der normierten Städtegrößen  $[D_t]$  also eine stationäre Grenzverteilung annimmt, so muss für diese Grenzverteilung G(d) notwendigerweise gelten:

$$G(d) = \int_0^\infty G\left(\frac{d}{\gamma}\right) \cdot f(\gamma) \, d\gamma \quad .$$

Wie sich leicht zeigen lässt, wird diese Bedingung von der Zipf-Verteilung erfüllt. Die Zipf-Verteilung ist also ein möglicher Kandidat für die stationäre Grenzverteilung des Prozesses der normierten Städtegrößen. Für die Zipf-Verteilung gilt nämlich – wenn man sie analog zur obigen Gleichung hier für die normierten Städtegrößen D formuliert –

$$G(d) = P(D \geq d) = k \cdot d^{-1} = \frac{k}{d}$$

und damit

$$\begin{aligned}
 \int_0^\infty G\left(\frac{d}{\gamma}\right) \cdot f(\gamma) \, d\gamma &= \int_0^\infty \frac{k \cdot \gamma}{d} \cdot f(\gamma) \, d\gamma \\
 &= \frac{k}{d} \cdot \underbrace{\int_0^\infty \gamma \cdot f(\gamma) \, d\gamma}_{=E(\gamma)=1, \text{ s.o.}} \\
 &= \frac{k}{d} \\
 &= G(d) \quad .
 \end{aligned}$$

### 2.3.2 Herleitung einer Ranggrößenverteilung als Grenzverteilung eines Gibrat'schen Wachstumsprozesses

Zur Herleitung einer Ranggrößenverteilung als Grenzverteilung eines Gibrat'schen Wachstumsprozesses sollen zunächst einige grundlegende Definitionen und Lemmata eingeführt werden.

#### **Definition 1: Wiener Prozess (Standard Brown'sche Bewegung)**

$[X_t]$  sei ein stochastischer Prozess, d.h. eine Folge von Zufallsvariablen mit zeitlichem Index  $t$ . Dann bezeichnet man den Prozess  $[X_t]$  als *Wiener Prozess* oder *Standard Brown'sche Bewegung*, falls er normalverteilte Prozessvariablen mit stationären und stochastisch unabhängigen Zuwächsen hat, d.h.

- (a)  $X_t$  ist eine normalverteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert 0 und Varianz  $t$  ( $X_t \sim N(0,t)$ ),
- (b) die Zuwächse  $X_{t_1}-X_{t_0}, \dots, X_{t_n}-X_{t_{(n-1)}}$  sind für alle  $n \geq 1$  und alle  $0 \leq t_0 < \dots < t_n < \infty$  stochastisch unabhängig und
- (c) die Verteilung eines Zuwachses  $X_t-X_s$  hängt nur von der Zeitdifferenz  $t-s$  und nicht von den absoluten Zeitpunkten  $t$  und  $s$  ab.

#### **Definition 2: Brown'sche Bewegung**

Ein stochastischer Prozess  $[Y_t]$  wird als  $(\mu, \sigma)$ -*Brown'sche Bewegung* bezeichnet, falls gilt:  $Y_t = Y_0 + \mu \cdot t + \sigma \cdot X_t$ , wobei  $[X_t]$  einen Wiener Prozess darstellt und  $Y_0$  stochastisch unabhängig von  $X_t$  ist.

#### **Definition 3: Regulierte Brown'sche Bewegung**

Ein stochastischer Prozess  $[Z_t]$  starte mit einem Ausgangswert  $Z_0=0$ . Dann stellt der Prozess  $[Z_t]$  eine *regulierte Brown'sche Bewegung* mit unterem Reflektionspunkt 0 dar, falls er gemäß

$$Z_t = Y_t - \inf_{0 \leq s \leq t} Y_s$$

aus der  $(\mu, \sigma)$ -Brown'schen Bewegung  $[Y_t]$  hervorgeht.

Zur Veranschaulichung des Prozesses  $[Z_t]$  stelle man sich zunächst eine Realisation des  $Y$ -Prozesses vor. Der Prozess  $[Z_t]$  startet im Punkt 0. Im folgenden nimmt er Werte an, die jeweils den positiven Zuwächsen des  $Y$ -Prozesses bezogen auf seinen bisherigen Minimalwert entsprechen. Sinkt der  $Y$ -Prozess zu irgendeinem bestimmten Zeitpunkt  $t$  unter seinen bisherigen Minimalwert, so beträgt der entsprechende Wert des  $Z$ -Prozesses  $Z_t = Y_t - \inf_{0 \leq s \leq t} Y_s = Y_t - Y_t = 0$ . Damit kann der  $Z$ -Prozess niemals negative Werte annehmen. Die Prozessrealisation wird in ihrem zeitlichen Verlauf an der Stelle 0 „reflektiert“.

#### **Lemma 4:**

Der stochastische Prozess  $[Z_t]$  stelle eine regulierte Brown'sche Bewegung gemäß Definition 3 dar. Dann gilt für die Verteilung der Zufallsvariablen  $Z_t$  ( $t \geq 0$ ):

$$P(Z_t \geq z) = \Phi\left(\frac{z - \mu t}{\sigma \cdot t^{1/2}}\right) - e^{2 \cdot \mu z / \sigma^2} \cdot \Phi\left(\frac{-z - \mu t}{\sigma \cdot t^{1/2}}\right) .$$

$\Phi(\cdot)$  bezeichnet dabei die Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung.

Beweis: siehe Harrison (1985, Kapitel 1).

**Korollar 5: Stationäre Grenzverteilung einer regulierten Brown'schen Bewegung**

Der stochastische Prozess  $[Z_t]$  stelle eine regulierte Brown'sche Bewegung gemäß Definition 3 dar. Dann nimmt der Prozess  $[Z_t]$  im Falle  $\mu < 0$  eine stationäre Grenzverteilung an und es gilt für  $t \rightarrow \infty$

$$P(Z_t \leq z) \rightarrow 1 - e^{2 \cdot \mu z / \sigma^2} .$$

Im Falle  $\mu \geq 0$  nimmt der Prozess  $[Z_t]$  keine stationäre Grenzverteilung an und es gilt für alle  $z \in \mathbb{R}$ :  $P(Z_t \leq z) \rightarrow 0$  für  $t \rightarrow \infty$ .

Beweis: Nach Lemma 4 gilt für  $t \rightarrow \infty$ :

$$(a) \text{ im Fall } \mu < 0: P(Z_t \leq z) = \underbrace{\Phi\left(\frac{z - \mu t}{\sigma \cdot t^{1/2}}\right)}_{\rightarrow 1} - e^{2 \cdot \mu z / \sigma^2} \cdot \underbrace{\Phi\left(\frac{-z - \mu t}{\sigma \cdot t^{1/2}}\right)}_{\rightarrow 1} \rightarrow 1 - e^{2 \cdot \mu z / \sigma^2}$$

$$(b) \text{ im Fall } \mu > 0: P(Z_t \leq z) = \underbrace{\Phi\left(\frac{z - \mu t}{\sigma \cdot t^{1/2}}\right)}_{\rightarrow 0} - e^{2 \cdot \mu z / \sigma^2} \cdot \underbrace{\Phi\left(\frac{-z - \mu t}{\sigma \cdot t^{1/2}}\right)}_{\rightarrow 0} \rightarrow 0$$

$$(c) \text{ im Fall } \mu = 0: P(Z_t \leq z) = \underbrace{\Phi\left(\frac{z - \mu t}{\sigma \cdot t^{1/2}}\right)}_{\rightarrow 0.5} - e^{2 \cdot \mu z / \sigma^2} \cdot \underbrace{\Phi\left(\frac{-z - \mu t}{\sigma \cdot t^{1/2}}\right)}_{\rightarrow 0.5} \rightarrow 0$$

Das obige Korollar 5 liefert nun das wesentliche Resultat, um zu zeigen, dass der Wachstumsprozess der Städte einer Region unter bestimmten Bedingungen gegen eine Ranggrößenverteilung konvergiert.

Man betrachtet dazu den Prozess  $[D_t]$  der normierten Größe einer Stadt im zeitlichen Verlauf und geht davon aus, dass dieser Prozess eine regulierte Brown'sche Bewegung mit unterem Reflektionspunkt  $d_{\min}$  darstellt. Wie sich zeigt, erweist sich die Existenz eines derartigen unteren Reflektionspunktes im Wachstumsprozess einer Stadt als erforderliche Annahme, damit der Prozess für  $t \rightarrow \infty$  gegen eine Ranggrößenverteilung konvergiert. Man unterstellt damit die Existenz eines gewissen regulatorischen Mechanismus im Wachstumsprozess einer Stadt. Es wird verhindert, dass ihre normierte Größe  $D_t$  im Laufe der Zeit jemals unterhalb eine Schranke  $d_{\min}$  fällt und die Stadt möglicherweise letztendlich sogar vollständig ausstirbt.

Eine weitere obligatorische Annahme in der folgenden Herleitung einer stationären Grenzverteilung stellt die Tatsache dar, dass die mittlere Tendenz  $\mu$  im Wachstumsprozess der beobachteten Städte negativ ist ( $\mu < 0$ ). Im Mittel über alle Städte gilt also, dass die (normierte) Größe im Laufe der Zeit tendenziell eher abnimmt als anwächst. Diese Annahme lässt sich in praktischen Situationen etwa dadurch motivieren, dass in einer beobachteten Region im Laufe der Zeit immer mehr neue Städte gegründet werden. Der Bevölkerungsanteil der bestehenden Städte nimmt dann möglicherweise mit dem Anstieg der Gesamtpopulation systematisch ab.

Eine zweite mögliche Erklärung tendenziell abnehmender Städtegrößen könnte darin bestehen, dass das Gesetz einer Ranggrößenverteilung in seiner strengen Form hauptsächlich für die *größeren* Städte einer Region gilt. Hier zeigen sich gerade in heutiger Zeit häufig abnehmende Bevölkerungszahlen, die durch Abwanderung ins Umland entstehen.

Im Zusammenhang mit dem oben erwähnten unteren Reflektionspunkt  $d_{\min}$  im Wachstumsprozess einer Stadt lässt sich eine dritte mögliche Erklärung für die negative Tendenz  $\mu < 0$  angeben.

Die negative Tendenz kann möglicherweise dadurch zustande kommen, dass der Reflektionspunkt  $d_{\min}$  nicht fest ist, sondern im Laufe der Zeit anwächst. Auf diese Weise reduziert sich der Abstand der Städtegröße  $D_t$  in Bezug zum unteren Reflektionspunkt systematisch, was offenbar einem negativen Trend der Stadtentwicklung gleichkommt. Bei diesem Argument ist insbesondere zu berücksichtigen, dass nicht absolute, sondern relative Städtegrößen betrachtet werden. Die Existenz eines konstanten unteren Reflektionspunktes  $d_{\min}$  entspricht damit der Tatsache, dass der Wert  $d_{\min}$  *proportional zu den absoluten Städtegrößen* anwächst. So ist ein Anstieg im unteren Reflektionspunkt und damit ein negativer Trend in den normierten Städtegrößen dadurch zu erklären, dass der untere Reflektionspunkt *schneller* anwächst als die Städtegrößen.

Konkret gelte nun für den Prozess der *logarithmierten* normierten Städtegrößen  $[\ln(D_t)]$ , dass er eine regulierte Brown'sche Bewegung mit unterem Reflektionspunkt  $\ln(d_{\min})$  und zeitlichem Drift  $\mu < 0$  darstellt. Dann stellt der transformierte Prozess  $[\ln(D_t) - \ln(d_{\min})]$  eine regulierte Brown'sche Bewegung mit unterem Reflektionspunkt 0 (ebenfalls mit  $\mu < 0$ ) dar und unter Anwendung von Korollar 5 ergibt sich die Grenzverteilung

$$\frac{P(\ln D_t - \ln d_{\min} \leq \ln d - \ln d_{\min})}{= P(\ln D_t \leq \ln d) = P(D_t \leq d)} \rightarrow 1 - e^{2 \cdot \mu (\ln d - \ln d_{\min}) / \sigma^2} \text{ für } t \rightarrow \infty .$$

Daraus folgt für die Gegenwahrscheinlichkeit dieses Ausdrucks

$$\begin{aligned} P(D_t > d) &= 1 - P(D_t \leq d) \\ &\rightarrow e^{2 \cdot \mu (\ln d - \ln d_{\min}) / \sigma^2} \text{ für } t \rightarrow \infty \\ &= \left[ \frac{d}{d_{\min}} \right]^{2 \cdot \mu / \sigma^2} \\ &= \left[ \frac{d}{d_{\min}} \right]^{konst.} . \end{aligned}$$

Damit gilt für die Grenzverteilung des Wachstumsprozesses

$$P(D_t > d) \rightarrow \left[ \frac{d}{d_{\min}} \right]^k \sim d^k \text{ für } t \rightarrow \infty ,$$

was einer Ranggrößenverteilung mit dem Exponenten  $\lambda = -k$  entspricht.

Gabaix (1999) führt in seiner Arbeit im Folgenden aus, wie sich diese allgemeine Ranggrößenverteilung (mit Parameter  $\lambda = -k$ ) insbesondere in das Gesetz von Zipf überführen lässt. Seine Begründung für die Tatsache  $k \approx 1$  weist zwar eine gewisse Unzulänglichkeit auf, soll hier der Vollständigkeit halber aber dennoch angegeben werden.

Die Größe der Konstanten  $k$  ergibt sich, wenn man für die mittlere (normierte) Größe einer Stadt schreibt

$$E(D) = \int_{d_{\min}}^{\infty} d \cdot f(d) dd .$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f(d)$  lautet hier

$$f(d) = -\frac{k}{d_{\min}^k} \cdot d^{k-1} .$$

Dies sieht man, wenn man schreibt

$$\begin{aligned} P(D>d) &= \int_d^{\infty} f(s) ds \\ &= \int_d^{\infty} -\frac{k}{d_{\min}^k} \cdot s^{k-1} ds \\ &= \left[ -\frac{k}{d_{\min}^k} \cdot \frac{1}{k} \cdot s^k \right]_d^{\infty} \\ &= \frac{1}{d_{\min}^k} \cdot d^k , \text{ wegen } k = \frac{2\mu}{\sigma^2} < 0 \\ &= \left( \frac{d}{d_{\min}} \right)^k . \end{aligned}$$

Damit gilt für die mittlere Größe einer Stadt

$$\begin{aligned} E(D) &= \int_{d_{\min}}^{\infty} d \cdot f(d) dd \\ &= \int_{d_{\min}}^{\infty} d \cdot \frac{-k}{d_{\min}^k} \cdot d^{k-1} dd \\ &= \left[ \frac{-k}{d_{\min}^k} \cdot \frac{1}{k+1} \cdot d^{k+1} \right]_{d_{\min}}^{\infty} \\ &= \frac{k}{k+1} \cdot \frac{1}{d_{\min}^k} \cdot d_{\min}^{k+1} \\ &= \frac{k}{k+1} \cdot d_{\min} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow k \cdot E(D) + E(D) = k \cdot d_{\min}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{-E(D)}{E(D) - d_{\min}} = -\frac{1}{1 - \frac{d_{\min}}{E(D)}} .$$

Für die Grenzverteilung des Wachstumsprozesses der Städtegrößen gilt also für  $t \rightarrow \infty$

$$P(D_t > d) \rightarrow \left( \frac{d}{d_{\min}} \right)^k \quad \text{mit} \quad k = - \frac{1}{1 - \frac{d_{\min}}{E(D)}} .$$

Gabaix (1999) lässt nun den unteren Reflektionspunkt  $d_{\min}$  des Wachstumsprozesses gegen null laufen. Damit konvergiert die Konstante  $k$  gegen  $-1$  und es ergibt sich laut Gabaix das Gesetz von Zipf:

$$P(D_t > d) \rightarrow \text{konst.} \cdot d^{-1} \quad \text{für} \quad t \rightarrow \infty .$$

Die erwähnte Unzulänglichkeit in dieser Argumentation betrifft die Tatsache, dass im Ausdruck  $(d/d_{\min})^k$  natürlich nicht nur die Konstante  $k$ , sondern auch die Größe  $d_{\min}$  selbst von der Veränderung des unteren Reflektionspunktes  $d_{\min} \rightarrow 0$  betroffen ist. Mit  $d_{\min} \rightarrow 0$  gilt zwar  $k \rightarrow -1$ , gleichzeitig konvergiert aber der Faktor  $(1/d_{\min})^k$  ( $k < 0$ ) gegen null und insgesamt gilt

$$P(D_t > d) \rightarrow \left( \frac{d}{d_{\min}} \right)^k \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow \infty, d_{\min} \rightarrow 0) .$$

Dieses Resultat widerspricht offenbar dem Gesetz von Zipf, und die Argumentation in Gabaix (1999) ist nicht geeignet zur Herleitung des Gesetzes.

### 2.3.3 Empirische Schätzung des Koeffizienten $\lambda$ einer Ranggrößenverteilung

Gegeben sei die Annahme, dass die Städte einer bestimmten Region einer Ranggrößenverteilung folgen, d.h. es gilt für den Rang  $R$  einer Stadt und den entsprechenden Bevölkerungsanteil  $D$  an der Gesamtpopulation der Zusammenhang

$$R \cdot D^\lambda = \text{konst.}$$

Dabei ist zu beachten, dass für die Konstante auf der rechten Seite der Gleichung ein einfacher Zusammenhang gilt, der sich aus der Tatsache  $\sum_{i=1}^N D_i = 1$  ergibt.

So folgt nämlich aus  $R \cdot D^\lambda = k \Leftrightarrow D = \left( \frac{k}{R} \right)^{1/\lambda}$

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_{i=1}^N D_i \\ &= \sum_{i=1}^N \left( \frac{k}{R_i} \right)^{1/\lambda} \\ &= \sum_{i=1}^N \left( \frac{k}{i} \right)^{1/\lambda} \\ &= k^{1/\lambda} \cdot \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{i} \right)^{1/\lambda} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow k = \left[ \frac{1}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{i}\right)^{1/\lambda}} \right]^\lambda$$

Damit schreibt sich die obige Gleichung einer Ranggrößenverteilung

$$D = \frac{\left(\frac{1}{R}\right)^{1/\lambda}}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{i}\right)^{1/\lambda}} .$$

Liegen nun beobachtete Daten  $(R_i, D_i)_{i=1, \dots, N}$  der Bevölkerungsanteile  $D_i$  von  $N$  Städten einer Region vor, so kann der Parameter  $\lambda$  einer angepassten Ranggrößenverteilung wie folgt empirisch geschätzt werden. Man bestimmt den Schätzwert  $\hat{\lambda}$  im Rahmen eines nichtlinearen Regressionsmodells mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Formal gilt

$$\hat{\lambda} = \arg \min \sum_{i=1}^N \left[ D_i - \hat{D}_i(\lambda) \right]^2 \quad \text{mit} \quad D_i(\lambda) = \frac{\left(\frac{1}{R_i}\right)^{1/\lambda}}{\sum_{j=1}^N \left(\frac{1}{j}\right)^{1/\lambda}} .$$

Zur Lösung des nichtlinearen Minimierungsproblems wird auf numerische Verfahren zurückgegriffen (etwa die multivariate Sekanten-Methode, siehe Ralston und Jennrich (1978)), die hier gleichermaßen geeignet sind wie ein entsprechender analytischer Ansatz.

#### 2.4. Aussagefähigkeit der Ranggrößenverteilung

Die Ausgangsdaten der im Hauptkapitel 3 untersuchten Ranggrößenverteilungen sind die Einwohnerzahlen aller einzelnen politischen Gemeinden eines bestimmten Gebietes zu einem bestimmten Zeitpunkt. Wenn es  $N$  Gemeinden gibt, werden auf der horizontalen Achse des ersten Quadranten des rechtwinkligen Koordinatensystems von links nach rechts in jeweils gleichem Abstand die Rangnummern 1 bis  $N$  – die „natürlichen“ (positiven ganzen) Zahlen – vermerkt. Die Gemeinde mit der größten Einwohnerzahl wird auf den Rangplatz 1, die Gemeinde mit den wenigsten Einwohnern auf den Rangplatz  $N$  gesetzt. Auf der vertikalen Achse werden die Einwohnerzahlen der einzelnen Gemeinden angezeigt. Die vertikale Achse ist also intervall- und rationalskaliert und hat damit das höchste Skalenniveau, wenn sie auch auf positive ganze Zahlen beschränkt ist. Die horizontale Achse ist dagegen nur ordinalskaliert, verwendet allerdings dieselbe Ziffernart wie die vertikale Skala. In der graphischen Darstellung sollte die Strecke der horizontalen Achse vom Nullpunkt bis zur Rangnummer  $N$  genauso lang sein wie die Strecke der vertikalen Achse vom Nullpunkt bis zur Einwohnerzahl der größten Gemeinde, obwohl diese Einwohnerzahl immer viel größer ist als  $N$ .

Die damit unterschiedlich festgesetzte Länge jeweils einer dargestellten Einheit auf den beiden Achsen ist möglich, weil die Maßeinheit „Anzahl Einwohner“ nicht mit der Maßeinheit „Anzahl Gemeinden“ identisch ist, und zweckmäßig, damit die zu konstruierende Gleichgewichtsverteilung nicht verzerrt wird und leicht interpretierbar bleibt. Für jede Gemeinde wird das Wertepaar Rangnummer/ Einwohnerzahl durch einen Punkt innerhalb des ersten Quadranten dargestellt. Benachbarte Punkte sollten bei Bedarf als Hilfe für das Auge jeweils geradlinig miteinander verbunden werden. Den Punkten wird außerdem nach der im Abschnitt 2.3 beschriebenen Methode eine Kurve als nichtlineare Regressionsfunktion angepasst; der Funktionstyp ist die Hyperbel. Von dieser Kurve sind nur die genau senkrecht über den Rangnummern stehenden Punkte real, die dazwischen liegenden Kurvenstücke sind fiktiv. Die stetige Darstellung dieser Kurve, die die empirische Ranggrößenverteilung ist, dient nur dem Zweck der besseren Vergleichbarkeit mit der theoretischen Ranggrößenverteilung.

Die theoretische Verteilung ist diejenige Hyperbel, die entsteht, wenn für jede Gemeinde das Produkt aus Rangnummer und ungewichteter Einwohnerzahl denselben konstanten Wert ergibt. Diese Kurve ist die Gleichgewichtsverteilung, da sie ausdrückt, dass hier die Kraft der Vereinheitlichung (Tendenz zur Konzentration der Bevölkerung auf eine oder wenige größte Gemeinden) gleich der Kraft der Differenzierung (Tendenz zur Verteilung der Bevölkerung über viele kleinere Gemeinden) ist. Wegen der Normierung der beiden Achsen auf gleiche Länge verläuft die theoretische Ranggrößenverteilung symmetrisch zur Winkelhalbierenden des ersten Quadranten. Dagegen kann die empirische Ranggrößenverteilung asymmetrisch verlaufen. Hier ergibt sich der konstante Wert des Produkts für jede Gemeinde durch Multiplikation der Rangnummer mit der exponentiell gewichteten Einwohnerzahl. Zu beachten ist, dass der konstante Wert des Produkts bei der empirischen Ranggrößenverteilung nicht mit dem bei der theoretischen Gleichgewichtsverteilung übereinstimmt. Bei der Gleichgewichtsverteilung ist dieser konstante Wert die aus der Regressionsrechnung resultierende geschätzte (nicht die tatsächlich beobachtete) Einwohnerzahl der größten Gemeinde. Bei der empirischen Ranggrößenverteilung ist der konstante Wert des Produkts die mit dem exponentiellen Gewicht der Variablen Einwohnerzahl potenzierte geschätzte Einwohnerzahl der größten Gemeinde. Der Exponent der Variablen Einwohnerzahl (der in Anlehnung an andere mathematisch-statistische Gesetze als Zipf-Exponent bezeichnet werden könnte) ist der Quotient aus der Stärke der Kraft der Differenzierung im Zähler und der Stärke der Kraft der Vereinheitlichung im Nenner. Wenn der Wert des Exponenten kleiner als 1 ist, überwiegt die Tendenz zur ungleichgewichtigen (und damit potentiell instabilen) Bevölkerungsagglomeration (Kraft der Vereinheitlichung). Bei einem Wert des Exponenten größer als 1 ist die Tendenz zur ebenfalls ungleichgewichtigen und instabilen breiten Streuung der Bevölkerung (Kraft der Differenzierung) stärker. Der Exponent kann jeden positiven Zahlenwert annehmen. Bei einem extrem kleinen Wert nähert sich die Kurve der empirischen Ranggrößenverteilung asymptotisch der horizontalen Achse und der Rangnummer 1 in Richtung der vertikalen Achse, bei einem extrem großen Wert asymptotisch der Parallelen zur horizontalen Achse in Höhe der durchschnittlichen (hier fast einheitlichen) Einwohnerzahl aller Gemeinden auf der vertikalen Achse. Ein negativer Wert des Exponenten ist ausgeschlossen, da dann die Gemeinden in umgekehrter Reihenfolge – von der kleinsten bis zur größten – auf der horizontalen Achse angeordnet werden müssten.

Die durch den Verlauf der empirischen im Vergleich zur theoretischen Ranggrößenverteilung ausgedrückte tendenzielle relative Konzentration bzw. breite Streuung der Einwohnerzahlen kann auch durch eine einzelne Maßzahl gemessen werden. Speziell für Rangmerkmale wurde ein Streuungsmaß entwickelt, das auf der Entropie beruht (Vogel 1995, S. 27-30). In der Biologie wird die auf derselben Basis konstruierte Maßzahl „Diversität“ bzw. „evenness“ als Maß der Artenvielfalt verwendet (Magurran 1988). Diese Maßzahlen haben den Vorteil, dass sie einfach zu berechnen und eindeutig zu interpretieren, vor allem aber inferenzstatistisch auszuwerten sind (Gerß 1996). Der Vorteil der Ranggrößenverteilung besteht dagegen darin, dass die in deren einzelnen Abschnitten enthaltene unterschiedliche Information nicht in einer einzigen Maßzahl untergeht, sondern gesondert erkennbar bleibt.

Die Interpretation der empirischen und der theoretischen Ranggrößenverteilung kann wesentlich erleichtert werden, wenn die Darstellung nicht im linearen Maßstab, sondern – wie bei Zipf regelmäßig – auf beiden Achsen im logarithmischen Maßstab erfolgt. Aus den Hyperbeln werden dann gerade Linien; die theoretische Verteilung wird bei Normierung der beiden Achsen auf gleiche Länge die Hypotenuse eines mit den beiden Achsen als Katheten gebildeten rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecks. Die Logarithmierung ist allerdings zunächst problematisch, da sie hier in gleicher Weise sowohl für ein Rangmerkmal – wie auf der horizontalen Achse gegeben – als auch für ein quantitatives Merkmal – auf der vertikalen Achse – erfolgt. In der mathematischen Ökonomie ist die Verwendung doppelt logarithmischer Koordinatensysteme seit Pareto üblich, allerdings stets beschränkt auf quantitative Merkmale (Pareto 1896). Bei der Ranggrößenverteilung sollten die Einheiten der horizontalen Achse quantitativ umdefiniert werden. Zu diesem Zweck verfährt man wie folgt: Es gibt nur „eine“ Gemeinde, die „mindestens so groß ist wie die größte Gemeinde“ ; die größte Gemeinde erhält daher auf der horizontalen Achse – an der Stelle des Rangplatzes 1 – den Messwert 1. Es gibt „zwei“ Gemeinden, die „mindestens so groß sind wie die zweitgrößte Gemeinde“ ; die zweitgrößte Gemeinde erhält daher auf der horizontalen Achse – an der Stelle des Rangplatzes 2 – den Messwert 2 usw. Schließlich gibt es „N“ Gemeinden, die „mindestens so groß sind wie die kleinste Gemeinde“; die kleinste Gemeinde erhält auf der horizontalen Achse – an der Stelle des Rangplatzes N – den Messwert N. Auf diese Weise wird das Rangmerkmal in ein ganzzahliges quantitatives Merkmal umgewandelt, ohne das sich an der graphischen Darstellung und numerischen Verarbeitung irgendetwas ändert.

Die Umwandlung, mit der nicht nur die Logarithmierung sinnvoll wird, sondern auch die Voraussetzung für die Verwendung bestimmter Funktionstypen wie der Hyperbel erfüllt ist, ist möglich, weil die linearen Einheiten der horizontalen Achse von vornherein äquidistant festgesetzt wurden, was für das Rangmerkmal ohne Bedeutung, für das quantitative Merkmal dagegen unverzichtbar ist. Streng genommen genügt es nicht, dass die beiden Achsen ganzzahlig-quantitatives Skalenniveau haben; vielmehr sollten beide Variablen quantitativ-stetig sein. Dies ist allerdings auch bei Pareto nicht der Fall, wo Einheiten von Geldbeträgen dargestellt werden. Man kann sich aber damit trösten, dass die diskreten Variableneinheiten „Anzahl der Geldeinheiten“, „Anzahl der Gemeinden“ und „Anzahl der Einwohner“ in der Praxis so klein sind und so nahe beieinander liegen, dass sie als quasi-stetig betrachtet werden können. Die Ranggrößenverteilungen sind ohnehin dann am besten aussagefähig, wenn sie sich auf beiden Achsen auf große Mengen von Einheiten stützen können, so dass der Unterschied zwischen diskret und stetig nicht mehr sichtbar ist.

Jede Abweichung der nach doppelter Logarithmierung resultierenden geraden Linie der empirischen Ranggrößenverteilung von der entsprechenden geraden Linie der theoretischen Ranggrößenverteilung wird als Störung des angestrebten Gleichgewichts zwischen den Kräften der Vereinheitlichung und der Differenzierung interpretiert.

Diese Störungen werden mit bestimmten historischen Ereignissen oder Situationen und mit geographischen Bedingungen in Verbindung gebracht. Zipf gibt Beispiele an, bei denen sich die empirische mit der theoretischen geraden Linie fast perfekt deckt; d.h. die Ranggrößenverteilung ist annähernd gleichgewichtig. Dies gilt für die 100 größten „Hauptstadtbezirke“ (metropolitan districts) der USA im Jahr 1940 sowie für Kanada (Zipf 1949, S. 375). Auch für viele andere Länder wurden real existierende stabile Gleichgewichtsverteilungen festgestellt, zum Beispiel für die Niederlande (Brakman et al. 1999) und für Dänemark (Knudsen 2001). Häufiger auftretende typische Abweichungen einzelner (der die empirischen Wertepaare Rangnummer /Einwohnerzahl darstellenden) Punkte bzw. einzelner Abschnitte ihrer direkten Verbindungslinie von der geraden Linie der empirischen Ranggrößenverteilung sowie der empirischen von der theoretischen Ranggrößenverteilung können in vier Gruppen klassifiziert werden:

- Horizontale Teilstücke der graphischen Darstellung der die beobachteten Punkte verbindenden Linie ergeben sich dann, wenn mehrere aufeinander folgende Rangnummern sich auf Gemeinden von (fast) gleicher Größe beziehen. Dieser Fall tritt auf, wenn das als Einheit betrachtete soziale System in Wirklichkeit die Summe mehrerer Systeme mit jeweils eigener Bevölkerungsverteilung und eigenem Zentrum ist. So ist zu erwarten, dass die möglicherweise ungleichgewichtig erscheinende Ranggrößenverteilung der Bundesrepublik Deutschland insgesamt die vielleicht bestehende Gleichgewichtigkeit der Verteilungen der einzelnen Bundesländer verdeckt.
- Konvexe oder konkave Teilstücke der graphischen Darstellung der Verbindungslinie zwischen den beobachteten Punkten im Vergleich zur Geraden der empirischen bzw. theoretischen Ranggrößenverteilung treten auf, wenn das Gebiet bzw. die Bevölkerung des betrachteten Systems durch plötzliche erhebliche Vergrößerungen oder Verkleinerungen verändert wird. Diese Situation ergab sich in Deutschland durch die Gebietsverluste nach dem Ersten Weltkrieg, durch die (wesentlich größeren) Gebietsverluste und Flüchtlingsströme nach dem Zweiten Weltkrieg und durch die Wiedervereinigung im Jahr 1990.
- Ein im Zeitablauf steiler werdender Verlauf der empirischen Ranggrößenverteilung ist Ausdruck der zunehmenden Kraft der Vereinheitlichung, die einen Prozess des Wirtschaftswachstums und technischen Fortschritts bewirkt bzw. von ihm gefördert wird. Zipf weist beispielhaft auf die Entwicklung in Deutschland von 1875 bis 1939 hin (Zipf 1949, S. 426 f.). Hier fällt besonders auf, dass die horizontalen Teilstücke zwischen den beobachteten Punkten in den graphischen Darstellungen am oberen Ende der Ranggrößenverteilungen in den früheren Jahren stark ausgeprägt, in späteren dagegen viel weniger deutlich waren. Diese Feststellung zeigt, dass der Prozess des Wirtschaftswachstums mit der politischen Entwicklung von der sehr starken Souveränität der deutschen Bundesstaaten zur dominierenden oder alleinigen Souveränität des Reichs als Zentralstaat korrelierte.
- Der oberste Teil der geraden Linie zwischen den beobachteten Punkten knickt im Vergleich zur empirischen bzw. theoretischen Ranggrößenverteilung (in der Richtung von rechts unten nach links oben betrachtet) deutlich nach oben ab, wenn die größte Stadt „zu groß“ für das ihr politisch und wirtschaftlich zugeordnete Gebiet ist. Ein Beispiel ist die Stadt London, deren Größe auf das gesamte British Empire zugeschnitten war und nach dessen Zerfall plötzlich überdimensioniert erschien. Ein weiteres Beispiel ist die Stadt Wien, deren Größe für die gesamte Donaumonarchie angemessen war und deren Zuständigkeit sich nach dem Ersten Weltkrieg plötzlich auf ein kleines Restgebiet beschränkte.

### 3. Anwendung auf deutsche Daten

Die typische Form der Ranggrößenverteilung zur Darstellung der räumlichen Verteilung der Bevölkerung eines Landes auf Siedlungen verschiedener Größe wurde erstmalig in Deutschland beschrieben (Auerbach 1913). Die Idee wurde in Amerika aufgegriffen (zitiert bei Lotka 1925, S. 306 f.) und weiterentwickelt ( Goodrich 1926). Aus Frankreich kam ein Beitrag über die Bevölkerungsverteilung auf größere Städte in Europa (Gibrat 1931, S. 280). Auf der Basis dieser und weiterer eigener Vorarbeiten (Zipf 1940, 1941, 1942 und 1947) konstruierte Zipf sein universelles Prinzip (Zipf 1949) unter Bezugnahme auf die Ergebnisse verschiedenster empirischer Forschungsgebiete (u.a. Stewart 1947 und 1948). Spätere demographisch-geographische Untersuchungen zur theoretischen Begründung und praktischen Anwendung des Zipfschen Gesetzes befassten sich in der Regel mit der Entstehung von Großstädten nach „Zipf's law for cities“ (u.a. Alperovich 1984, Gabaix 1999, Brakman et al. 1999, Axtell und Florida 2001, Knudsen 2001, Soo 2002, Ioannides und Overman 2003, Cordoba 2004). Die Beschränkung auf große Städte wurde damit begründet, dass die erwartete negative Korrelation zwischen den logarithmierten Rangnummern und Einwohnerzahlen bei kleinen Gemeinden kaum noch erkennbar ist. Allerdings ist unklar, wo die Grenze zwischen groß und klein liegt. Die in den folgenden Abschnitten dargestellten Ergebnisse schließen daher flächendeckend sämtliche Gemeinden des jeweiligen Gebietes ein, um mögliche Verzerrungen durch die Beschränkung auf willkürlich abgegrenzte große Siedlungen zu vermeiden. Die Einwohnerzahlen stammen aus den – überall öffentlich zugänglichen – Datenbanken, die beim Statistischen Bundesamt und den statistischen Behörden der Bundesländer geführt werden.

#### 3.1. Entwicklung des Kräfteverhältnisses im Zeitablauf

Ob und wie sich das durch den Zipf-Exponenten ausgedrückte Verhältnis der Kraft der Differenzierung zur Kraft der Vereinheitlichung im Zeitablauf ändert, wird am besten an Zeitreihen der Bevölkerungsdaten von Gemeinden untersucht, die nicht von Gebietsstandsänderungen betroffen sind. In Nordrhein-Westfalen hat die letzte kommunale Gebietsreform im Jahr 1975 stattgefunden. Seitdem liegen hier vergleichbare laufende Bevölkerungsdaten vor. Die Einwohnerzahl der 396 nordrhein-westfälischen Gemeinden insgesamt hat sich vom Jahresende 1975 (17,130 Mill.) bis zum Jahresende 2003 (18,080 Mill.) relativ nur wenig, im Zeitablauf aber in charakteristischer Weise verändert. Bis 1988 (16,874 Mill.) nahm die Einwohnerzahl tendenziell ab; das Minimum wurde 1985 (16,674 Mill.) erreicht. Im Jahr 1989 nahm die Einwohnerzahl – offensichtlich als Folge der Öffnung der Grenze der DDR und der dadurch bewirkten Zuwanderung nach Nordrhein-Westfalen und den anderen „alten“ Bundesländern – sprunghaft auf 17,104 Mill. und in den folgenden Jahren weiter kontinuierlich mit allmählich abnehmenden Zuwächsen zu. Die Entwicklung der Einwohnerzahl der einzelnen Gemeinden kann von der des Landes Nordrhein-Westfalen insgesamt abweichen. Die dadurch mögliche Änderung der – für jedes Jahr neu festzulegenden – Rangfolge der Gemeinden nach ihrer Größe könnte den Vergleich der Ranggrößenverteilungen stören. Tatsächlich ist die Rangfolge seit 1975 zwar nicht konstant geblieben, aber nur verhältnismäßig geringen Änderungen unterworfen worden. Die größte Stadt war in allen Jahren des Untersuchungszeitraums Köln mit 965 954 Einwohnern am Jahresende 2003. Zur Gruppe der zehn größten Städte gehörten in allen Jahren noch Dortmund, Essen, Düsseldorf, Duisburg, Bochum, Wuppertal, Bielefeld, Bonn und Gelsenkirchen. Dortmund und Essen haben ihre Positionen seit 2002 getauscht.

Gelegentlichen Wechsel gab es außerdem nur zwischen Bielefeld, Bonn und Gelsenkirchen. Auffällig ist dabei lediglich das allmähliche Abfallen der Stadt Gelsenkirchen vom achten auf den zehnten Rang. Die kleinste nordrhein-westfälische Gemeinde war in allen Jahren Dahlem mit 4261 Einwohnern am Jahresende 2003. Die übrigen neun der zehn letzten Ränge wurden in den einzelnen Jahren am häufigsten von den Gemeinden Beelen, Heimbach, Hallenberg, Marienmünster, Laer, Saerbeck, Legden und Rheurdt, ebenfalls oft von den Gemeinden Schöppingen, Ladbergen und Metelen und gelegentlich von den Gemeinden Roetgen und Horstmar eingenommen, wobei die Reihenfolge geringfügig variierte.

Die Ranggrößenverteilungen der einzelnen Jahre des Untersuchungszeitraums unterscheiden sich nur sehr wenig voneinander. Dies gilt sowohl für die empirischen Regressionsfunktionen als auch für die theoretischen Gleichgewichtsverteilungen. Auch die Lage der beobachteten Werte im Verhältnis zur jeweiligen Regressionsfunktion ändert sich im Zeitablauf kaum. Daher genügt die Darstellung für ein Jahr, hier 2003 (Abb. 3). In der doppeltlogarithmischen Darstellung erscheinen die Regressionsfunktion und die Gleichgewichtsverteilung als gerade Linien. Die beiden Achsen sind auf gleiche Länge normiert. Der Logarithmus der Regressionsschätzung der Einwohnerzahl der größten Stadt Köln (maximaler Wert auf der vertikalen Achse) ist in der Zeichnung dem Logarithmus der geschätzten Rangnummer einer – im vorliegenden Fall fiktiven – Gemeinde mit der kleinsten denkbaren Einwohnerzahl 1 (maximaler Wert auf der horizontalen Achse) gleichgesetzt worden. Das durch diese Normierung aus den Achsen und der Gleichgewichtsgeraden gebildete rechtwinklig gleichschenklige Dreieck ist rechts unten offen, weil die tatsächlich existierende kleinste Gemeinde wesentlich mehr Einwohner hat als 1. Die Gleichgewichtsgerade und die Regressionsgerade hören – wie die als Punktefolge dargestellten Logarithmen der beobachteten Einwohnerzahlen – an der rechten Seite beim Logarithmus der Rangnummer 396 der kleinsten Gemeinde Dahlem auf. Durch die Normierung ergibt sich auch, dass die Regressionsgerade und die Gleichgewichtsgerade auf der vertikalen Achse zusammentreffen. Auf diese Weise bildet sich eine nach rechts unten offene Schere zwischen den beiden Geraden, deren Öffnung um so weiter ist, je mehr die empirischen Regressionsschätzungen und die diesen zugrunde liegenden beobachteten Werte der Einwohnerzahlen von dem als Ideal empfundenen Gleichgewichtszustand abweichen. Im Fall der Gemeinden des Landes Nordrhein-Westfalen verläuft die Regressionsgerade weniger steil als die Gleichgewichtsgerade. Die Regressionsgerade liegt damit überall oberhalb der Gleichgewichtsgeraden. Dies gilt auch – was nicht zwangsläufig zutreffen muss – für die Punktefolge der beobachteten Werte. Damit ist eindeutig – im vorliegenden Fall auch ohne Einschränkung wegen regressionsbedingter Schätzfehler – festzustellen, dass die Kraft der Differenzierung stärker wirkt als die Kraft der Vereinheitlichung. Die Punktefolge der beobachteten Werte weicht im oberen Teil der Ranggrößenverteilung ziemlich stark konvex nach oben von der Regressionsgeraden ab.

Dies liegt daran, dass auf den der größten Stadt Köln folgenden Rangplätzen einige Städte (Dortmund, Essen, Düsseldorf, Duisburg) mit nur wenig unterschiedlicher Einwohnerzahl stehen, was sich in einem annähernd horizontalen Stück der Punktefolge ausdrückt. Graphisch wird dieses horizontale Stück dadurch überbetont, dass es sich im unteren Abschnitt der logarithmischen horizontalen Achse und im oberen Abschnitt der logarithmischen vertikalen Achse befindet. Die logarithmische Darstellung bewirkt, dass die Unterschiede zwischen den (niedrigen) Rangnummern der vier genannten Städte sehr groß, die Unterschiede zwischen ihren (hohen) Einwohnerzahlen dagegen sehr klein erscheinen. Der unterste Teil der Punktefolge knickt bis zum fast senkrechten Verlauf nach unten ab.

Dies ist darauf zurückzuführen, dass die große Menge kleiner Gemeinden durch die logarithmische Darstellung mit ihren Rangnummern im oberen Abschnitt der horizontalen Achse eng zusammengedrängt wird, während die absolut geringen Unterschiede zwischen den Einwohnerzahlen dieser Gemeinden im unteren Abschnitt der vertikalen Achse logarithmisch übergroß dargestellt werden. Das Abknicken der beobachteten Punktefolge nach rechts unten tritt bei Untersuchungen, die sich auf große Städte („cities“) beschränken, in der Regel trotz der Eigenschaften der logarithmischen Skalen nicht auf, weil dann weder die niedrigen Einwohnerzahlen noch die hohen Rangnummern der Untersuchung der 396 nordrhein-westfälischen Gemeinden vorkommen. Diese Untersuchungen erreichen somit im unteren Teil der Ranggrößenverteilung eine bessere Übereinstimmung der Punktefolge mit der Regressionsgeraden. Die vorliegende Untersuchung der Verteilung jeweils sämtlicher Gemeinden nach ihrer Bevölkerungsgröße verzichtet bewusst auf die optisch bessere Anpassung der Regressionsfunktion und hat dafür den Vorzug, nicht auf die sonst notwendige Begründung für die Festsetzung einer bestimmten Abschneidegrenze bei den einzubeziehenden Gemeinden angewiesen zu sein.

Die Zipf-Exponenten ( $\lambda$ ) der Ranggrößenverteilungen sind für jedes Jahr des Untersuchungszeitraums größer als 1. Ihre Beträge unterscheiden sich nur wenig voneinander, sind jedoch durch eine auffällige Entwicklung gekennzeichnet. Sie nehmen – mit der noch zu erläuternden Ausnahme des Jahres 1987 – von 1975 ( $\lambda = 1,3382$ ) bis 2003 ( $\lambda = 1,4018$ ) kontinuierlich (wenn auch nur schwach) zu. Die von Anfang an bestehende Dominanz der Kraft der Differenzierung über die Kraft der Vereinheitlichung hat sich also im Lauf der Zeit verstärkt. Dies ist typisch für die spätindustrielle Epoche, insbesondere bei einem Gebiet wie Nordrhein-Westfalen mit allgemein großer Bevölkerungsdichte und ausgebauter Verkehrsinfrastruktur.

Differenzierung bedeutet hier, dass die Großstädte Einwohner verlieren, die sich vor allem in den kleineren Randgemeinden ansiedeln. Die in der früheren Phase der Industrialisierung durch die Kraft der Vereinheitlichung bewirkte Konzentration der Bevölkerung in den Großstädten wurde gestoppt und in der spätindustriellen Zeit durch eine differenziertere bzw. breitere räumliche Verteilung der Bevölkerung ersetzt. Die Zeitreihe der Entwicklung des Verhältnisses der beiden Kräfte erweckt den Eindruck eines gewissen positiven Zusammenhangs mit der Bevölkerungsentwicklung (Abb. 4). Immerhin beträgt der Korrelationskoeffizient der Zipf-Exponenten der Ranggrößenverteilungen der Gemeinden und der Einwohnerzahlen des Landes Nordrhein-Westfalen über die Jahre 1975 bis 2003 +0,825. Allerdings ist die einfache Korrelation als Maß für die Stärke des Zusammenhangs zwischen zwei Zeitreihen problematisch, weil die Variable Zeit die Werte sowohl der Exponenten als auch der Einwohnerzahlen beeinflusst und dadurch die direkte Beziehung zwischen diesen beiden Variablen verzerren kann (Pfanzagl 1963). Der nach rechnerischer Elimination der Variablen Zeit verbleibende partielle Korrelationskoeffizient der Exponenten und der Einwohnerzahlen kehrt das Vorzeichen um und beträgt nur noch –0,197.

Der in der Entwicklung der Zipf-Exponenten ausgedrückte Trend zur zunehmenden Differenzierung wird nur im Jahr 1987 unterbrochen. Nach kontinuierlicher Zunahme bis 1986 ( $\lambda = 1,3709$ ) stürzt der Zipf-Exponent 1987 auf 1,3654 ab, um dann wieder ununterbrochen zuzunehmen. Der einmalige Einbruch ist auf die Korrektur der Einwohnerzahlen der Gemeinden zurückzuführen, die auf Grund der Volkszählung vom 25. Mai 1987 vorgenommen wurde. Die amtlichen Einwohnerzahlen werden auf der Basis der jeweils letzten Volkszählung durch die laufende Fortschreibung des Bevölkerungsstandes ermittelt, indem für jede Gemeinde zu dem Ausgangsbestand bzw. dem letzten fortgeschriebenen Bestand die zwischenzeitlich angefallenen Geburten und Zuzüge addiert und davon die Sterbefälle und Fortzüge subtrahiert werden.

Die zur Fortschreibung benötigten Daten werden nicht primärstatistisch erhoben, sondern sekundärstatistisch aus Behördenregistern übernommen. Datenlieferanten sind die Standesämter für die Geburten und Sterbefälle und die Einwohnermeldeämter für die Zu- und Fortzüge. Dabei treten erfahrungsgemäß vor allem bei den Einwohnermeldeämtern Fehler auf, und zwar sowohl Registerüberhänge („Karteileichen“) als auch Fehlbestände durch nicht gemeldete Personen. Diese Fehler werden erst sichtbar, wenn nach mehreren Jahren in einer neuen Volkszählung Inventur gemacht wird.

Die Abweichungen zwischen der bis zur neuen Volkszählung fortgeschriebenen und der in der Inventur festgestellten Einwohnerzahl werden üblicherweise in vollem Umfang als Fehler der Bevölkerungsfortschreibung interpretiert; mögliche Erfassungslücken oder Doppelerfassungen bei der Volkszählung bleiben unbeachtet. Dementsprechend werden die Ergebnisse der neuen Volkszählung als Basis für die Bevölkerungsfortschreibung der folgenden Jahre verwendet. Die Zeitreihe der Einwohnerzahlen wird je nach der Größe und Richtung des durch die Volkszählung aufgedeckten Fortschreibungsfehlers vom Volkszählungsjahr an gegenüber dem Vorjahr nach oben oder nach unten verschoben. Diese Korrektur wird tendenziell umso größer, je weiter die vorige Volkszählung zurückliegt. Zwischen den beiden Volkszählungen vom 27. Mai 1970 und vom 25. Mai 1987 hat sich der (positive oder negative) Fortschreibungsfehler auf der Ebene des damaligen Bundesgebietes auf mehr als 1,7 Millionen Personen kumuliert (Hannemann 1992). Wenn man allerdings positive und negative Fehler gegeneinander aufrechnet, bleibt als Korrekturbetrag für das Bundesgebiet insgesamt nur ein Saldo von 75000 Personen (0,15 % der Einwohnerzahl) übrig. Für das Land Nordrhein-Westfalen ergibt sich nach Saldierung ein ähnlich geringer Effekt, so dass man in der Zeitreihe der Einwohnerzahlen des Landes (Abb.4) die Niveaushiftung von 1987 kaum erkennt. Dies ist aber anders, wenn man kleinräumigere Ergebnisse betrachtet. Auf Gemeindeebene können Fortschreibungsfehler von mehr als 30 % der Einwohnerzahl vorkommen. Das Vorzeichen des Fortschreibungsfehlers und damit die Richtung der vorzunehmenden Korrektur ist nach herrschender Auffassung – die durch Erfahrungen aus früheren Volkszählungen begründet ist – positiv, d.h. die Fortschreibung weist einen zu hohen Bevölkerungsstand aus (Bretz und Wedel 1987, S. 206). Diese Erwartung bestand auch vor der Volkszählung 1987, bis deren Ergebnisse dann ein wesentlich differenzierteres Bild zeigten (Würzberger und Wedel 1988). So wurde zwar für das Bundesgebiet insgesamt und für fünf der damaligen elf Länder (einschließlich Westberlin) ein zu hoher Fortschreibungsbestand, für die anderen sechs Länder – darunter Nordrhein-Westfalen – dagegen ein zu niedriger Fortschreibungsbestand ermittelt. Dementsprechend wurde die für 1987 fortgeschriebene Einwohnerzahl des Landes Nordrhein-Westfalen nach oben korrigiert. Im Wert des Zipf-Exponenten des Jahres 1987 wirkt sich nicht nur die geringe Korrektur auf Landesebene, sondern auch die relativ viel größere Korrektur bei den einzelnen Gemeinden aus. Daher ist der Bruch in der Zeitreihe der Zipf-Exponenten – im Gegensatz zur Zeitreihe der Einwohnerzahlen – unübersehbar.

Aus der Abnahme des Zipf-Exponenten vom ( auf unkorrigierter Einwohnerzahl beruhenden ) Wert des Jahres 1986 auf den ( auf korrigierter Einwohnerzahl beruhenden ) Wert des Jahres 1987 ist zu schließen, dass die Bevölkerungsfortschreibung bis dahin die Kraft der Differenzierung gegenüber der Kraft der Vereinheitlichung zu stark erscheinen ließ. Der Fortschreibungsfehler führte dazu, dass vor allem für große Gemeinden eine zu geringe und für kleine Gemeinden eine zu hohe Einwohnerzahl ausgewiesen wurde. Die 1987 vorgenommene Korrektur kann bisher nicht wiederholt werden, obwohl sie zweifellos notwendig wäre. Es spricht nichts gegen die Annahme, dass der in den 17 Jahren von 1970 bis 1987 aufgelaufene Fortschreibungsfehler sich in annähernd gleicher Größe auch in den 17 Jahren von 1987 bis 2004 entwickelt hat.

Um dies zu prüfen und ggf. eine neue Korrektur durchzuführen, wäre eine von den Behördenregistern unabhängige und damit als Maßstab für die Beurteilung der Bevölkerungsfortschreibung brauchbare aktuelle Bestandsaufnahme der Bevölkerung erforderlich. Eine neue primärstatistische Volkszählung im traditionellen Stil ist jedoch in Deutschland – im Gegensatz zu nahezu allen anderen Staaten mit gleichem Entwicklungsstand – offensichtlich politisch nicht durchsetzbar (Wiegert 1999), weil hier außer den hohen Kosten vor allem die (tatsächlich begründet vorhandene oder künstlich geschürte) Angst vor Datenmissbrauch gescheut wird.

### 3.2. Beziehung der Teilmengen zueinander und zur Gesamtmenge

Deutschland besteht aus 12628 Gemeinden (Stichtag 31.12.2003). Diese Gesamtmenge verteilt sich auf 16 Bundesländer als Teilmengen. Die Stadtstaaten Berlin und Hamburg sind jeweils eine einzige Gemeinde; im Stadtstaat Bremen gibt es wegen der geographischen Sonderstellung von Bremerhaven zwei Gemeinden. Die Flächenstaaten haben mindestens 52 (Saarland) und höchstens 2305 (Rheinland-Pfalz) Gemeinden. Die größten Städte der Flächenstaaten sind überwiegend die jeweiligen Landeshauptstädte (Kiel, Hannover, Mainz, Stuttgart, München, Saarbrücken, Potsdam, Erfurt). In einigen Fällen wird die Einwohnerzahl der Regierungssitze von anderen Städten übertroffen (Köln, Frankfurt am Main, Rostock, Leipzig, Halle a. d. Saale). Die Einwohnerzahl der jeweils kleinsten Gemeinde der Flächenstaaten variiert von Land zu Land überaus stark von 4 Personen im schleswig-holsteinischen Wiedenborstel und 7 Personen im rheinland-pfälzischen Dierfeld bis 4261 Personen im nordrhein-westfälischen Dahlem und 6378 Personen im saarländischen Weiskirchen.

Im gesamtdeutschen Durchschnitt beträgt die Einwohnerzahl je Gemeinde (einschließlich der Stadtstaaten) 6536. Ein besonderes Kennzeichen der Bundesrepublik Deutschland sind die großen Unterschiede in den Einwohnerzahlen der Bundesländer. Das größte Land Nordrhein-Westfalen hat mehr als 27mal so viele Einwohner wie das kleinste Land Bremen. Der Variationskoeffizient – deskriptive Standardabweichung dividiert durch arithmetisches Mittel – der Einwohnerzahlen der 16 Bundesländer beträgt 0,9088. Der Maximalwert des Variationskoeffizienten ist die Quadratwurzel aus der um 1 verringerten Anzahl der in die Berechnung eingegangenen Einheiten, hier also die Quadratwurzel aus 15 (Gerß 1990). Als Quotient aus dem Variationskoeffizienten und seinem Maximalwert ergibt sich der sog. relative Variationskoeffizient, hier 0,2346. Um diesen Wert beurteilen zu können, ist ein Vergleich mit anderen Bundesstaaten zweckmäßig. Dazu bietet sich der Blick auf einen größeren (USA) und einen kleineren (Österreich) Bundesstaat an. Für beide sind die Einwohnerzahlen aller Gliedstaaten aus dem Internet abrufbar. Die hier verwendeten Daten der USA beziehen sich auf den Juli 2004 und sind die Ergebnisse der „Annual estimates of the population for the United States“ des U.S. Census Bureau. Die österreichischen Daten sind die Jahresdurchschnittsbevölkerung 2003 und werden von STATISTIK AUSTRIA (österreichisches statistisches Zentralamt) bekannt gegeben. Die Vereinigten Staaten von Amerika umfassen 50 Einzelstaaten zuzüglich des District of Columbia (Stadt Washington), also 51 in die Berechnung des Variationskoeffizienten einzubeziehende Gebiete. Das nach der Bevölkerung größte Gebiet (California) hat fast 71mal so viele Einwohner wie das kleinste Gebiet (Wyoming). Trotz dieses gewaltigen Unterschiedes beträgt der relative Variationskoeffizient nur 0,1581. Österreich setzt sich aus neun Bundesländern (einschließlich Stadt Wien) zusammen. Das bevölkerungsreichste Gebiet (Wien) hat fünf bis sechsmal so viele Einwohner wie das kleinste Gebiet (Burgenland). Der relative Variationskoeffizient beträgt hier 0,1945.

Die Beispiele USA und Österreich zeigen, dass die Beschränkung der Analyse der Streuung auf die extremen Unterschiede in die Irre führen kann. Ein voll aussagefähiges Streuungsmaß muss außer den extremen auch alle anderen Unterschiede zwischen den betrachteten Einheiten berücksichtigen. Die relativen Variationskoeffizienten führen zu dem Ergebnis, dass sich die Einwohnerzahlen der deutschen Bundesländer auch im internationalen Vergleich ungewöhnlich stark unterscheiden.

Der für Deutschland ermittelte Wert der Streuung der Einwohnerzahlen der Gliedstaaten ist um mehr als 48 % größer als der für die USA und um fast 21 % größer als der für Österreich festgestellte Wert.

Auch die Zipf-Exponenten der Verteilungen der Gemeinden jeweils eines deutschen Bundeslandes nach ihrer Einwohnerzahl am 31.12.2003 variieren verhältnismäßig stark. Der höchste Wert wird mit 1,4018 in Nordrhein-Westfalen erreicht. Es folgen die Flächenstaaten – für die Stadtstaaten kommen Ranggrößenverteilungen nicht in Frage – Brandenburg (1,3780), Baden-Württemberg (1,3098), Niedersachsen (1,2708), Saarland (1,2653), Rheinland-Pfalz (1,2223), Hessen (1,1766), Thüringen (1,1369), Schleswig-Holstein (1,1113), Bayern (1,0977), Sachsen-Anhalt (1,0661), Mecklenburg-Vorpommern (1,0513) und Sachsen (1,0403). Der entsprechende Wert für Deutschland insgesamt beträgt 1,2172. Damit sind sämtliche Exponenten größer als 1 ; die Kraft der Differenzierung dominiert überall über die Kraft der Vereinheitlichung. Die Frage ist, worauf es zurückzuführen ist, dass diese Dominanz mehr oder weniger stark ausgeprägt ist. Die durchschnittliche Anzahl der Einwohner je Gemeinde ist unter den Flächenstaaten in Nordrhein-Westfalen mit 45656 am höchsten. Fünfstellige Durchschnittszahlen erreichen auch das Saarland (20411) und Hessen (14294). Die weitere Reihenfolge ist: Baden-Württemberg (9624), Sachsen (8231), Niedersachsen (7798), Bayern (6043), Brandenburg (5905), Schleswig-Holstein (2509), Thüringen (2359), Sachsen-Anhalt (2108), Mecklenburg-Vorpommern (1797) und Rheinland-Pfalz (1761). Der Wert des Korrelationskoeffizienten der Zipf-Exponenten und der durchschnittlichen Einwohnerzahl je Gemeinde für die Flächenstaaten ist + 0,6028. Ein gewisser – wenn auch nicht besonders starker – positiver Zusammenhang zwischen der Gemeindegröße und der Dominanz der Kraft der Differenzierung ist also durchaus vorhanden. Deutliche Unterschiede zwischen den Bundesländern gibt es auch in der Bevölkerungsdichte, gemessen an der Anzahl der Einwohner je Quadratkilometer. Die größte Dichte unter den Flächenstaaten erreicht wieder Nordrhein-Westfalen mit 530 Einwohnern je qkm. An zweiter Stelle steht das Saarland mit 413 Einwohnern je qkm. Es folgen Baden-Württemberg (299), Hessen (288), Sachsen (235), Rheinland-Pfalz (204), Schleswig-Holstein (179), Bayern (176), Niedersachsen (168), Thüringen (147), Sachsen-Anhalt (123), Brandenburg (87) und Mecklenburg-Vorpommern (75). Auch hier wird ein positiver Zusammenhang zwischen der Bevölkerungsdichte und der Dominanz der Kraft der Differenzierung angedeutet.

Der Korrelationskoeffizient der Zipf-Exponenten und der Einwohnerzahl je qkm der Flächenstaaten beträgt +0,5173.

Die empirischen Regressionsgeraden der Ranggrößenverteilungen der Gemeinden je Bundesland (ohne Stadtstaaten) verlaufen von links oben nach rechts unten umso steiler, je kleiner der Wert des Zipf-Exponenten ist, d.h. je weniger die Kraft der Differenzierung über die Kraft der Vereinheitlichung dominiert (Abb. 5). Die Achsen sind hier nicht auf gleiche Länge normiert, weil die dreizehn Geraden der Länder sonst zu nahe beieinander liegen würden, um noch Unterschiede erkennen zu lassen. Wegen des Verzichts auf diese Normierung sind die linken oberen Endpunkte der Geraden auf der vertikalen Achse ziemlich weit verstreut entsprechend der unterschiedlichen Größe der jeweils größten Stadt der einzelnen Länder.

Die tatsächliche Einwohnerzahl der jeweils größten Städte der Flächenstaaten am 31.12.2003 – nicht ihre in Abb.5 dargestellte Regressionsschätzung – variiert von 1 247 873 (München) bis 144 979 (Potsdam). Dementsprechend bildet die Streuung der rechten unteren Endpunkte der Geraden in Richtung der vertikalen Achse die bereits erwähnte unterschiedliche Größe der jeweils kleinsten Gemeinde der Länder ab. In Richtung der horizontalen Achse zeigen die rechten unteren Endpunkte der Geraden an, aus wie vielen Gemeinden die einzelnen Länder bestehen. Wegen des doppeltlogarithmischen Maßstabs ist zu beachten, dass die auf den beiden Achsen dargestellten Werte umso enger beieinander liegen, je größer sie sind. Der optische Eindruck unterschätzt daher teilweise die Größenunterschiede. Die Regressionsgeraden sind grundsätzlich umso weiter vom Nullpunkt nach rechts oben entfernt, je größer die Einwohnerzahl des Landes ist. Dabei kann es zu Überschneidungen der Geraden kommen, wenn die größte Stadt (z.B. München) eines im Paarvergleich nach der Einwohnerzahl kleineren Landes (Bayern) größer ist als die größte Stadt (Köln) eines größeren Landes (Nordrhein-Westfalen) oder wenn die kleinste Gemeinde (z.B. Wiedenborstel) eines im Paarvergleich nach der Einwohnerzahl größeren Landes (Schleswig-Holstein) kleiner ist als die kleinste Gemeinde (Püggen) eines – in diesem Beispiel nur geringfügig – kleineren Landes (Sachsen-Anhalt). Überschneidungen der Geraden können auch auftreten, wenn die Anzahl der Gemeinden eines Landes (z.B. Niedersachsen mit 1025 Gemeinden) wesentlich größer ist als die eines anderen Landes (Sachsen mit 525 Gemeinden). Die Regressionsgerade für Deutschland verläuft wegen der größeren Einwohnerzahl oberhalb aller Geraden der Länder und ist wegen der größeren Anzahl der Gemeinden nach rechts länger als die Geraden der Länder.

Ihr Abstand von den Ländergeraden in vertikaler und in horizontaler Richtung wird wegen des doppeltlogarithmischen Maßstabs in der graphischen Darstellung stark unterschätzt. Die Regressionsgerade für Deutschland schließt auch die drei Stadtstaaten ein, die in Abb.5 selbst nicht gesondert erscheinen. Da somit Hamburg aus der Darstellung ausscheidet, markieren die drei obersten Endpunkte auf der vertikalen Achse die Regressionsschätzungen der Einwohnerzahlen der drei verbleibenden bevölkerungsreichsten Städte Berlin, München und Köln.

### 3.3. Auswirkung exogener Datenkatastrophen

Die Katastrophentheorie ist ein mathematisches Spezialgebiet, dessen Anwendung in den Sozialwissenschaften von Zeeman (1976) angestoßen wurde. Eine Katastrophe ist im allgemeinen Sprachgebrauch ein schweres Unglück bzw. ein Zusammenbruch mit meistens vielen Opfern, in der Dichtung (besonders im Schauspiel) das einen Konflikt entscheidende Ereignis mit tragischem Ausgang. Auch die sozialwissenschaftlichen Anwendungen der Katastrophentheorie beziehen sich vorwiegend auf todbringende oder verlustbedrohte Vorgänge wie kriegerische Auseinandersetzungen (z.B. Holt et al. 1978), gehen aber zum Teil thematisch weit darüber hinaus. Im mathematischen Sinn ist eine Katastrophe allgemein eine herausragende Diskontinuität in der Abfolge von Ereignissen. Die mathematische Katastrophentheorie liefert Modelle zur Erklärung explosionsartiger plötzlicher Veränderungen im Verhalten von Akteuren bzw. im Zustand von Systemen. Dabei werden die Veränderungen aus den Eigenschaften des Systems selbst abgeleitet. Die Katastrophentheorie stellt dazu die verschiedenen Gleichgewichtszustände, die ein System einnehmen kann, als Funktion der Parameter des Systems dar. Die Parameter werden hier als unabhängige Variablen aufgefasst, deren Werte sich kontinuierlich langsam im Zeitablauf weiterentwickeln und dabei gelegentlich auf einen kritischen Punkt stoßen.

Diese Bewegung der Systemparameter ist Ausdruck allmählicher historischer Veränderungen und wird als „langsame Makrodynamik“ bezeichnet. Die Gleichgewichtszustände des Systems sind die Ausprägungen der abhängigen Variablen. Eine im Anfangszustand gegebene Ausprägung der abhängigen Variablen – d.h. ein bisher erreichtes Gleichgewicht – bleibt trotz der Bewegung der unabhängigen Variablen zunächst unverändert bestehen. Erst wenn die Entwicklung der unabhängigen Variablen zum kritischen Punkt geführt hat, ändert sich der Wert der abhängigen Variablen sprunghaft zu einem neuen Gleichgewicht.

Diese verzögerte, dann aber ruckartige Reaktion der abhängigen Variablen drückt die revolutionäre Anpassung des Systems an Veränderungen auf Grund sozialer Aktionen und Entscheidungen aus und wird als „schnelle Mikrodynamik“ bezeichnet. Ein Katastrophenmodell erklärt auf diese Weise, wie kontinuierliche Veränderungen unabhängiger Variablen im Zeitablauf plötzliche diskontinuierliche Veränderungen der abhängigen Variablen verursachen.

Die Terminologie der Katastrophentheorie wird hier verwendet, um zu untersuchen, ob und wie sich sprunghafte große Veränderungen der Ausgangsdaten in den Ranggrößenverteilungen auswirken. Dabei spielt keine Rolle, ob diese „Datenkatastrophen“ unerwartet oder vorhersehbar auftreten und ob sie vorteilhaft oder nachteilig sind. Die Veränderungen der Ausgangsdaten sind die plötzliche Zu- oder Abnahme der Einwohnerzahl insgesamt oder die Zuordnung der Einwohner zu den einzelnen regionalen Einheiten (Gemeinden) des jeweils betrachteten Gebietes. Der Verlauf dieser abhängigen Variablen ist im ersten Fall gewissermaßen eine nicht beeinflussbare Gabe des Schicksals, im zweiten Fall das gezielt herbeigeführte Ergebnis planerischer Überlegungen. Beide Fälle haben gemeinsam, dass die abhängigen Variablen sich nicht allmählich entwickeln, sondern abrupt (schnell mikrodynamisch), z.B. zu einem bestimmten Stichtag, neue Werte einnehmen. Die unabhängigen Variablen als Ursachen dieser Datensprünge sind im ersten Fall nicht-gesteuerte langfristige Veränderungen der vorherrschenden Anschauungen und des sozialen Verhaltens, im zweiten Fall manchmal ebenso langwierige politische Entscheidungsprozesse. Hinsichtlich der unabhängigen Variablen haben beide Fälle gemeinsam, dass die Gleichmäßigkeit der Veränderungen zur Gewohnheit wird und daher solange keine oder kaum merkliche (langsam makrodynamische) Folgen hat, bis ein kritischer Punkt – der Stichtag – erreicht wird. Zur Veranschaulichung möge das Bild einer Regentonne dienen, die so lange ohne irgendwelche Folgen Regenwasser aufnimmt, bis sie gefüllt ist. Dann erst verursacht sie plötzlich eine Überschwemmung, obwohl die Regenmenge je Zeiteinheit sich nicht ändert. Wie allgemein in der Katastrophentheorie werden die abhängigen Variablen endogen – d.h. aus den unabhängigen Variablen und damit aus dem Modell heraus – erklärt. Aus der Sicht des Modells der Ranggrößenverteilungen sind die abhängigen Variablen jedoch die vorgegebenen Ausgangsdaten und daher exogen. Für die Statistiker, die die amtlichen Einwohnerzahlen festzustellen haben, sind die Datenkatastrophen in dem weiteren Sinn exogen, dass sie unvermeidbar und unbeeinflussbar vorgegeben sind.

Im Folgenden werden zwei derartige Ereignisse dargestellt. Das Beispiel der kommunalen Gebietsreform des Landes Nordrhein-Westfalen betrifft den Fall einer vorhersehbaren, das Beispiel der deutschen Vereinigung den Fall einer überraschenden Datenkatastrophe. Beide Ereignisse haben die damit befassten Statistiker vor enorme Aufgaben gestellt, so dass auch im allgemeinen Sprachgebrauch die hier ironisch gemeinte Bezeichnung „Katastrophe“ tendenziell gerechtfertigt erscheinen mag.

Jede Änderung kommunaler Grenzen erfordert ein Landesgesetz. Seit 1961 wurden in Nordrhein-Westfalen zahlreiche Gesetze zum Zusammenschluss einzelner Gemeinden oder zur Neugliederung einzelner Kreise beschlossen.

Der nahezu permanente Gesetzgebungsprozess erreichte einen ersten Höhepunkt im Jahr 1969, als mit dem Bonn-Gesetz der „Raum Bonn“ neu geordnet wurde. Weitere Höhepunkte folgten in den Jahren 1971 (Aachen-Gesetz) und 1972 (Bielefeld-Gesetz) mit der Neugliederung der gleichnamigen Gebiete. Dieser Prozess brachte bereits eine erhebliche Verringerung der Anzahl der Gemeinden. Der weitaus größte Teil der Reform erfolgte jedoch im Jahr 1974 mit der geballten Gesetzgebung für sechs größere Neugliederungsräume. In diesem Jahr wurden das Ruhrgebiet-Gesetz, das Niederrhein-Gesetz, das Münster/Hamm-Gesetz, das Düsseldorf-Gesetz, das Köln-Gesetz und das Sauerland/Paderborn-Gesetz beschlossen. Die sechs Gesetze traten gleichzeitig am 1. Januar 1975 in Kraft. Die dadurch verursachte Datenkatastrophe bestand darin, dass die Zeitreihen der Bevölkerungsentwicklung der einzelnen Gemeinden unterbrochen wurden. Der Bruch konnte nur mit erheblichem Arbeitsaufwand unter Verwendung von Schätzwerten überwunden werden. Der Gesetzgeber glaubte, mit seinem Kraftakt von 1974 die kommunale Gebietsreform abgeschlossen zu haben, und stellte diesen Abschluss durch das Neugliederungs-Schlussgesetz vom 26.11.1974 förmlich fest. Leider wurde dabei die Rechnung in mehreren Fällen ohne die betroffenen Bürger gemacht, die sich gerichtlich gegen die Eingemeindung ihrer vorher selbstständigen Wohnorte in größere Städte wehrten. Zu den eingemeindeten Orten gehörten die Gemeinde Wesseling, die durch das Köln-Gesetz der Stadt Köln zugeschlagen wurde, und die Gemeinde Monheim, die durch das Düsseldorf-Gesetz von der Stadt Düsseldorf einverleibt wurde. Anlass für Glossen und Karikaturen in den Zeitungen bot besonders die durch das Ruhrgebiet-Gesetz verfügte Zusammenlegung der Gemeinden Gladbeck, Bottrop und Kirchhellen. Diese vor allem in Gladbeck ungeliebte Dreier-Zwangsehe wurde – in ironischer Anspielung auch auf den dort ansässigen polnisch- bzw. masurischstämmigen Bevölkerungsteil – im Volksmund als „Glabottki“ bezeichnet. Die klagenden Bürger erreichten schließlich, dass Wesseling, Monheim und Gladbeck mit Wirkung vom 1. Juli 1976 ihre Selbständigkeit zurückerhielten. Das Land Nordrhein-Westfalen bestand Ende 1974 aus 984 und Anfang 1975 aus 393 Gemeinden. Durch die erfolgreiche Klage erhöhte sich die bis in die Gegenwart nicht mehr veränderte Anzahl ab Mitte 1976 auf 396 Gemeinden. Die in monatlichen Abständen festgestellte Bevölkerungszahl des Landes betrug am 31.12.1974 17 217 780 Personen, am 31.01.1975 17 218 624 Personen. Dieser Unterschied ist vernachlässigbar klein. Daher kann angenommen werden, dass die Veränderung der Ranggrößenverteilung der Gemeinden von Ende Dezember 1974 bis Ende Januar 1975 nicht auf die Veränderung der Einwohnerzahl, sondern nur auf die veränderte Anzahl der Gemeinden zurückzuführen ist (Abb.6). Diese geht ab Anfang 1975 mit 396 in die Berechnung ein, da die Einwohnerzahlen der ab Mitte 1976 wieder selbständigen drei Gemeinden für die Zeit ihrer Unselbständigkeit gesondert zurück geschrieben wurden. Die kommunale Gebietsreform hatte in erster Linie den Zweck, für die den Gemeinden obliegende Flächennutzungs- und Bauleitplanung Räume zu schaffen, die für eine rationelle Planung groß genug sind. Die wirtschaftliche und demographische Entwicklung hatte über einen längeren Zeitraum allmählich dazu geführt, dass vor allem die Gemeinden mit für ein bestimmtes Gebiet zentralen Funktionen durch ihre überkommenen engen Grenzen behindert wurden. Die verschiedenen Dimensionen dieser langsam makro-dynamisch ablaufenden Entwicklung sind die unabhängigen Variablen. Der Gesetzgeber verhielt sich zunächst überwiegend abwartend, reagierte dann aber umso heftiger. Die schnell mikro-dynamisch vollzogene Änderung der meisten Gemeindegrenzen stellt die abhängige Variable dar. Der Zipf-Exponent der Ranggrößenverteilung nimmt durch die Gebietsreform zur Jahreswende 1974/75 von 1,2642 auf 1,3357 zu.

Die bereits vor der Gebietsreform bestehende Dominanz der Kraft der Differenzierung über die Kraft der Vereinheitlichung hat sich also verstärkt. Dies wurde erreicht, indem die Grenzen der zentralen Orte erweitert und damit deren Einwohnerzahlen vergrößert wurden, während die große Menge der Kleinstgemeinden verschwand. Da die Achsen in Abb.6 nicht auf gleiche Länge normiert sind, führt die Vergrößerung der Einwohnerzahlen aller verbleibenden Gemeinden dazu, dass bei doppeltlogarithmischer Darstellung die empirische Regressionsgerade zum neuen Gebietsstand in ihrem gesamten Verlauf oberhalb derjenigen zum alten Gebietsstand liegt. Dabei ist der Abstand zwischen den Regressionsgeraden am linken oberen Ende etwas kleiner als am rechten unteren Ende.

Die neue Gerade fällt also – als Ausdruck der verstärkten Differenzierung – weniger steil ab als die alte Gerade. Der wegen der unterschiedlichen Anzahl der neuen und der alten Rangnummern in einer gemeinsamen Darstellung notwendige Verzicht auf die Normierung der Achsen bewirkt auch, dass die theoretischen Gleichgewichtsgeraden zum neuen und zum alten Gebietsstand sich nicht decken, sondern parallel verlaufen. Die Geraden des alten Gebietsstandes sind wegen ihrer höheren Rangnummern nach rechts länger als die des neuen Gebietsstandes. Der Unterschied zwischen den beiden maximalen Rangnummern wird – entsprechend dem logarithmischen Maßstab – in der graphischen Darstellung optisch unterschätzt. In geringerem Maß gilt dies auch für die auf der vertikalen Achse dargestellten Schätzwerte der neuen und der alten maximalen Einwohnerzahl.

Der kurze Prozess, der am 3.Oktober 1990 zum Beitritt der ostdeutschen Länder zur Bundesrepublik Deutschland führte, hatte für die amtliche Statistik wie für nahezu alle anderen Bereiche der öffentlichen Verwaltung außerordentlich arbeitsaufwendige Folgen. Für die sog. „neuen“ Länder mussten in kurzer Zeit die organisatorischen Grundlagen geschaffen werden, damit dort das den Rechtsgrundlagen der alten Bundesrepublik entsprechende statistische Datenermittlungs- und Berichtssystem eingeführt werden konnte. Bereits dieser organisatorische Gründungsakt bedeutete nicht nur für die ostdeutschen, sondern auch für die sie vielfältig beratenden und unterstützenden westdeutschen statistischen Ämter eine katastrophale personelle Belastung. Die eigentliche Datenkatastrophe bestand aber darin, dass es erheblicher Anstrengungen bedurfte, um wirklich vergleichbare Daten für alle deutschen Bundesländer zu erhalten. Die alte Bundesrepublik hatte (einschließlich Berlin-West) 8503 Gemeinden; nach der Vereinigung waren es in Gesamtdeutschland (nun mit dem vereinigten Berlin) 16115 Gemeinden. Den Einwohnerzahlen des 31.12.1990 liegt noch die Gebietsstruktur des Beitrittstages zu Grunde, in den ostdeutschen Ländern also die kommunale Gliederung der DDR. Dagegen können die Einwohnerzahlen vom 31.12.1990 selbst bereits durch innerdeutsche Wanderungen von Ost nach West gegenüber den für einen „sauberen“ Vergleich zwischen der alten Bundesrepublik und der DDR benötigten Einwohnerzahlen verzerrt sein. Mit diesem Vorbehalt ist festzustellen, dass der zum 31.12.1990 ermittelte Zipf-Exponent der Ranggrößenverteilung sich für die Bundesrepublik durch den Beitritt von 1,2418 auf 1,1932 verringert hat. Demnach hat sich die Dominanz der Kraft der Differenzierung über die Kraft der Vereinheitlichung leicht abgeschwächt.

Dies drückt sich darin aus, dass die empirische Regressionsgerade der Ranggrößenverteilung für Gesamtdeutschland etwas steiler von links oben nach rechts unten verläuft als die entsprechende Gerade für das frühere Bundesgebiet (Abb.7). Die beiden Geraden überschneiden sich, so dass die Regressionsschätzung des maximalen Wertes auf der vertikalen Achse für Gesamtdeutschland größer ist als für das frühere Bundesgebiet. Dies ergibt sich daraus, dass als jeweils größte Stadt für das frühere Bundesgebiet Berlin-West und für Gesamtdeutschland Gesamtberlin in die Berechnung eingeht.

Die theoretischen Gleichgewichtsgeraden verlaufen parallel, und zwar für Gesamtdeutschland wegen der größeren Anzahl von Gemeinden höher als für das frühere Bundesgebiet. Wegen des doppeltlogarithmischen Maßstabs werden die Unterschiede zwischen den extremen Stellen der Geraden für Gesamtdeutschland und für das frühere Bundesgebiet in der graphischen Darstellung optisch unterschätzt. Insgesamt gesehen erscheinen die Auswirkungen der deutschen Vereinigung – abgesehen von der erheblich größeren Anzahl der Gemeinden – auf die Ranggrößenverteilung der Gemeinden nach ihrer Einwohnerzahl verhältnismäßig moderat. Dies ist bemerkenswert, da die mit der Vereinigung verbundenen tiefgreifenden Veränderungen gravierendere Folgen erwarten ließen. Immerhin hatten sich die jahrelange problematische wirtschaftliche Entwicklung und der sich allmählich steigernde politische Druck aus der Unzufriedenheit der Bevölkerung in der DDR – als Komplex unabhängiger Variablen mit langsamer Makrodynamik – bis zu einem kritischen Punkt aufgestaut, an dem die Staatsmacht nicht mehr standhalten konnte und – als abhängige Variable mit schneller Mikrodynamik – ziemlich plötzlich zusammenbrach. Dieser Vorgang liefert ein geradezu klassisches Beispiel für die Anwendung der Katastrophentheorie.

### 3.4. Zusammenfassung politischer Gemeinden zu kommunalen Einzugsbereichen

Die durch die Bevölkerungsagglomeration bewirkte räumliche Ausdehnung von Siedlungsschwerpunkten und Entstehung von Satellitenvororten am Rand der Großstädte macht in der Regel nicht an den Verwaltungsgrenzen halt, sondern bezieht zusätzlich zu der zentralen Stadt weitere selbständige politische Gemeinden ein. Die Größe dieser mehrere benachbarte Gemeinden umfassenden kommunalen Einzugsbereiche hängt wesentlich von der Reichweite der interkommunalen Berufspendlerströme ab. Bedauerlicherweise ist die Ermittlung der Pendlerströme ein Stiefkind der amtlichen Statistik in Deutschland.

Andererseits erhält man ein unvollständiges Bild der geographischen Bevölkerungsverteilung, wenn man nur für die einzelnen Gemeinden Ergebnisse ausweist bzw. Berechnungen durchführt und dabei nicht die Einzugsbereiche berücksichtigt. Die letzten originär und total erhobenen – und daher für kleinräumige Untersuchungen auf der Ebene der Gemeinden brauchbaren – Pendlerdaten stammen aus der Volkszählung 1987. Um die seitdem bestehende Datenlücke zu schließen, hat das Landesamt für Datenverarbeitung und Statistik Nordrhein-Westfalen (LDS NRW) für die nordrhein-westfälischen Gemeinden eine sog. Pendlerrechnung eingeführt. Die bisher vorliegenden Ergebnisse für die Jahre 1998, 2000 und 2002 wurden jeweils auf CD-ROM veröffentlicht. Die ebenfalls veröffentlichte Methodenbeschreibung stellt das aufwendige Schätzsystem dar. Die Basis der Pendlerrechnung sind die in der Volkszählung 1987 ermittelten interkommunalen Pendlerströme. Diese werden auf das jeweilige Berichtsjahr entsprechend der Entwicklung verschiedener aktueller Daten fortgeschrieben, die mit den Pendlerzahlen korrelieren. Datenquellen sind unter anderem die Statistik der sozialversicherungspflichtig Beschäftigten (durchgeführt von der Bundesagentur für Arbeit), die Personalstandstatistik des öffentlichen Dienstes und der Mikrozensus. Die Pendlerrechnung des LDS NRW umfasst die interkommunalen Berufspendler und Ausbildungspendler, jedoch nicht eventuelle aus anderen Gründen pendelnde Personen wie Einkaufspendler und nicht die intrakommunalen Pendler. Für die Abgrenzung der kommunalen Einzugsbereiche sind die intrakommunalen Pendler irrelevant. Der Verzicht auf die für diesen Zweck sicherlich relevanten Einkaufspendler ist mangels Daten unvermeidbar. Die Ausbildungspendler bleiben unberücksichtigt, weil sie entweder meist nur sehr kurze (Schüler) oder oft sehr weite (Studenten) Wege zurücklegen und daher die Abgrenzung eines zusammenhängenden urbanen Siedlungsraumes eher verfälschen würden.

Die somit für die Definition von Einzugsbereichen verbleibenden interkommunalen Berufspendler sind Personen, die regelmäßig werktätlich die Wegstrecke zwischen zwei Orten zurücklegen – d.h. mindestens eine kommunale Grenze überqueren -, um von ihrem Wohnort zum Arbeitsort und zurück zu gelangen. Aus der Sicht einer bestimmten Gemeinde sind Einpendler Personen, die dort arbeiten und woanders wohnen, und Auspendler Personen, die dort wohnen und woanders arbeiten. Als Pendlersaldo wird die Differenz „Einpendler minus Auspendler“ bezeichnet.

Zur Ermittlung von kommunalen Einzugsbereichen wurde ein zweistufiges Verfahren erprobt (Scharmer 2001). In der ersten Stufe werden die sog. „Kerngemeinden“ identifiziert, um die sich andere Gemeinden zu Einzugsbereichen gruppieren. Zu diesem Zweck werden die Berufsauspendlerströme jeder einzelnen Gemeinde betrachtet, um festzustellen, ob es eine andere Gemeinde gibt, in die ein Strom im Umfang von mindestens 50% sämtlicher Berufsauspendler der erstgenannten Gemeinde fließt. Wenn dies zutrifft, gilt die zweitgenannte Gemeinde als namengebende Kerngemeinde eines engeren Einzugsbereichs, dem die erstgenannte Gemeinde zugeordnet wird. Dieser über alle Gemeinden fortgesetzte Vorgang führt schließlich zur Bildung von „Kerneinzugsgebieten“, in denen die Kerngemeinden als Ziele der Berufsauspendler der Umlandgemeinden in der Regel die Arbeitsplätze und die Umlandgemeinden in der Regel die Wohnstätten stellen. In der zweiten Stufe des Abgrenzungsprozesses werden den Kerneinzugsgebieten weitere Gemeinden zugeordnet. Dies geschieht bei denjenigen Gemeinden, deren gesamter Berufsauspendlerstrom zu mindestens 30% in eine bereits einem Kerneinzugsgebiet angehörige Gemeinde fließt. Auf diese Weise entstehen über die engeren Einzugsbereiche hinaus größere zusammengehörige Gebiete, deren Zentren durch besonders intensive interkommunale Pendlerbeziehungen gekennzeichnet sind, die dann in den Randzonen schwächer werden. Nach den Pendlerdaten des Jahre 2002 ergeben sich für Nordrhein-Westfalen insgesamt 15 Zusammenfassungen von jeweils mindestens zwei Gemeinden zu Einzugsbereichen. Auffällig ist, dass dazu nicht die Städte des Ruhrgebietes gehören. Keine Gemeinde des Ruhrgebietes konnte einen Auspendlerstrom aus einer anderen Gemeinde auf sich ziehen, dessen Anteil an sämtlichen Berufsauspendlern der Herkunftsgemeinde mindestens 50% betrug. Die kommunalen Einzugsbereiche – jeweils benannt nach ihrer Kerngemeinde – sind in der Reihenfolge der Anzahl der zugehörigen Gemeinden: Köln (18 Gemeinden einschließlich der Kerngemeinde), Münster (15), Paderborn (12), Bonn (10), Düsseldorf (10), Aachen (10), Bielefeld (9), Düren (8), Lüdenscheid (6), Siegen (6), Lippstadt(4), Bocholt (3), Kleve (3), Soest (3), Iserlohn (2). Die Größe der Einzugsbereiche – gemessen an ihrer Einwohnerzahl – variiert sehr stark von 1 920 880 (Bereich Köln) und 1 158 744 (Bereich Düsseldorf) bis 72 384 (Bereich Soest) und 71 051 (Bereich Kleve). Die 15 kommunalen Einzugsbereiche umfassen insgesamt 119 Gemeinden. Die anderen nordrhein-westfälischen Gemeinden sind nicht zu Einzugsbereichen zusammengefasst bzw. stellen selbst je einen Einzugsbereich dar.

Der die wesentlichen Pendlerverflechtungen berücksichtigenden Berechnung der Ranggrößenverteilung sind somit 292 Gebiete zu Grunde zu legen. Als Zipf-Exponent ergibt sich danach ein Wert von 1,1568. Dagegen beträgt der Zipf-Exponent 1,4011, wenn die Berechnung für die 396 einzelnen Gemeinden ohne Zusammenfassung zu Einzugsbereichen durchgeführt wird. Die Berücksichtigung der Einzugsbereiche bewirkt also eine erhebliche Verringerung der gemessenen Dominanz der Kraft der Differenzierung, die aber trotzdem noch stärker bleibt als die Kraft der Vereinheitlichung.

Die empirische Regressionsgerade der Ranggrößenverteilung der 292 Bereiche des Landes Nordrhein-Westfalen nach ihrer Einwohnerzahl am 30.6.2002 verläuft – den Werten des Zipf-Exponenten entsprechend – von links oben nach rechts unten steiler als die empirische Regressionsgerade für die 396 Gemeinden nach deren Einwohnerzahl am 31.12.2002 (Abb.8). Der Zeitunterschied zwischen den beiden Stichtagen der Ermittlung des Bevölkerungsstandes – statt der hier verwendeten Einwohnerzahlen zum Jahresende werden in der Pendlerrechnung Zahlen zur Jahresmitte benutzt – dürfte für die Form der beiden Ranggrößenverteilungen irrelevant sein. Beide empirischen Geraden haben eine geringere Neigung als die Gerade der theoretischen Gleichgewichtsverteilung, die hier wegen der Normierung der beiden Achsen auf gleiche Länge die Hypotenuse eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks ist. Die empirische Gerade der 292 Bereiche trifft an erheblich höherer Stelle auf die vertikale Achse als die Gerade der 396 Gemeinden. Hierin zeigt sich, dass die Einwohnerzahl des größten kommunalen Einzugsbereichs erheblich größer ist als die der größten einzelnen Stadt. Nach rechts ist die Gerade der 396 Gemeinden selbstverständlich länger als die der 292 Bereiche. Die doppeltlogarithmische Darstellung führt auch hier zu einer optischen Unterschätzung der Unterschiede zwischen den großen Werten jeder Achse. Die Punktefolge der beobachteten Werte beginnt links oben mit der Darstellung der extrem hohen Einwohnerzahlen der beiden größten kommunalen Einzugsbereiche. Danach folgen mehrere Einzugsbereiche oder Großstädte mit nur geringfügig unterschiedlichen Einwohnerzahlen. Dies führt zu einer Wölbung der Punktefolge nach oben. Im weiteren Verlauf nach rechts unten wird die Punktefolge in Richtung beider Achsen immer dichter. Die Ursache sind in horizontaler Richtung wiederum die logarithmische Darstellung und in vertikaler Richtung die sehr geringen absoluten Unterschiede zwischen den Einwohnerzahlen der großen Menge kleinerer Gemeinden.

Dabei bewirkt die logarithmische Darstellung im unteren Bereich der vertikalen Achse sogar noch eine optische Überschätzung der Bevölkerungsunterschiede. Auf dieser optischen Überschätzung und der gleichzeitigen Unterschätzung der Unterschiede zwischen benachbarten Rangnummern im oberen Teil der horizontalen Achse beruht auch der Abfall der Punktefolge an ihrem rechten unteren Ende. Der wie eine Lupe wirkende unterste Teil der Skala der vertikalen Achse verursacht auch, dass die Punktefolge an ihrem unteren Ende wieder aufgelockert wird, also die Unterschiede in den Einwohnerzahlen dieser Kleinstgemeinden wieder vergrößert darstellt, obwohl diese Unterschiede absolut nur wenige Personen betragen. Die Ranggrößenverteilung liefert offensichtlich vielfältige Aussagen, die allerdings sorgfältiger Interpretation bedürfen.

#### **4. Auf der Suche nach dem Gleichgewicht**

Die Zipfschen Bezeichnungen „force of diversification“ und „force of unification“ sind primär auf die Linguistik abgestellt und treffen dort sehr gut die mit ihnen gemeinten Begriffe, sind jedoch bei anderen Fragestellungen nicht immer so gut passend und können dann sogar zu Missverständnissen führen. Dies gilt auch für die hier verwendeten Übersetzungen „Kraft der Differenzierung“ und „Kraft der Vereinheitlichung“. Bei der Untersuchung der Verteilung der Bevölkerung auf die Gemeinden besteht die Vereinheitlichung nicht – wie man der Bezeichnung entnehmen könnte – darin, dass die Gemeinden zu einheitlicher Größe tendieren; vielmehr werden immer mehr Wohnsitze zu immer weniger Einheiten – im theoretischen Extremfall zu einer einzigen großen Einheit – zusammengelegt.

Die Differenzierung bedeutet nicht, dass sich die Gemeinden nach ihrer unterschiedlichen Größe voneinander abheben; vielmehr werden immer mehr Wohnsitze von den großen zentralen Orten in kleinere Randgemeinden verlagert. Die Vereinheitlichung bezieht sich also auf die Verringerung, die Differenzierung auf die Vergrößerung der räumlichen Streuung der individuellen Wohnsitze. Bei derartigen demographisch-geographischen Untersuchungen wären die Bezeichnungen „räumliche Dispersion“ und „Agglomeration“ sicherlich zweckmäßiger. Auf diese Benennungen, die speziell auf ein bestimmtes Fachgebiet abgestellt sind, wird aber hier zugunsten der von Zipf verwendeten (übersetzten) fachübergreifenden Terminologie verzichtet, damit die Universalität seiner Theorie –auf die er besonderen Wert gelegt hat – deutlich in Erscheinung tritt.

Anlass zu Interpretationsschwierigkeiten und eventuell Missverständnissen ist auch die Tatsache, dass die Ranggrößenverteilung von verschiedenen Autoren in unterschiedlicher Form dargestellt wird, ohne dass auf die Konsequenzen für die Vergleichbarkeit hingewiesen wird. Die Hyperbelform der Ranggrößenverteilung kann entweder als konstantes Produkt der Rangnummern mit den exponentiell gewichteten Einwohnerzahlen der einzelnen Gemeinden oder als konstantes Produkt der exponentiell gewichteten Rangnummern mit den ungewichteten Einwohnerzahlen der Gemeinden ausgedrückt werden. Die graphische Darstellung im Koordinatensystem kann entweder die Einwohnerzahl als abhängige Variable auf der vertikalen Achse und die Rangnummer als unabhängige Variable auf der horizontalen Achse oder die Rangnummer als abhängige Variable auf der vertikalen Achse und die Einwohnerzahl als unabhängige Variable auf der horizontalen Achse zeigen. Aus der Kombination dieser zwei mal zwei Möglichkeiten ergeben sich vier Darstellungsvarianten der Ranggrößenverteilung (Übersicht1). Die vier Varianten können ineinander übergeführt werden und sind somit gleichwertig, sie haben aber neben unterschiedlichen Vorgaben auch unterschiedliche Folgen. Wenn die Einwohnerzahl exponentiell gewichtet wird, ist der Exponent der Hyperbel identisch mit dem hier als Zipf-Exponent bezeichneten Quotienten aus der Kraft der Differenzierung im Zähler und der Kraft der Vereinheitlichung im Nenner; gleichzeitig ist der Wert des konstanten Produkts die mit demselben Exponenten gewichtete Regressionsschätzung der Einwohnerzahl der größten Stadt. Wenn dagegen die Rangnummer exponentiell gewichtet wird, ist der Exponent der Hyperbel der Kehrwert des Zipf-Exponenten, also der Quotient aus der Kraft der Vereinheitlichung im Zähler und der Kraft der Differenzierung im Nenner; der Wert des konstanten Produkts ist dann direkt die ungewichtete Regressionsschätzung der Einwohnerzahl der größten Stadt. In der allgemein üblichen doppeltlogarithmischen Darstellung stehen die beobachteten Wertepaare der größten Städte am linken oberen Ende und die beobachteten Wertepaare der kleinsten Gemeinden am rechten unteren Ende der Regressionsgeraden, wenn die Variable Einwohnerzahl als Funktion der Variablen Rangnummer aufgefasst wird. Dagegen befinden sich die Wertepaare der größten Städte am rechten unteren Ende und die Wertepaare der kleinsten Gemeinden am linken oberen Ende der Regressionsgeraden, wenn die Rangnummern als Funktion der Einwohnerzahlen gelten. Alle vier Varianten der Darstellung kommen in der Literatur vor. Zipf selbst verwendet die in der Übersicht 1 mit I bezeichnete Variante.

Bei den Untersuchungen zu den deutschen demographischen Daten wurde ebenfalls ausschließlich die Variante I angewendet. Die Variante II findet sich z.B. bei Gabaix (1999) und bei Soo (2002), Variante III bei Brakman et al. (1999) und bei Shiode und Batty (2000) und die Variante IV bei Knudsen (2001).

In der Literatur werden häufig Beispiele präsentiert, bei denen in der doppeltlogarithmischen Darstellung die Punktefolge der beobachteten Werte sehr gut durch die Regressionsgerade approximiert wird, die Korrelation der logarithmierten Rangnummern und Einwohnerzahlen also sehr hoch ist. Bei den Ranggrößenverteilungen deutscher Gemeinden bestehen dagegen zum Teil deutliche Abweichungen der Punktefolge von der Regressionsgeraden. Die bessere Approximation wird erreicht, indem derjenige Teil der Verteilung weggelassen wird, an dem bestimmte charakteristische Abweichungen zu erwarten sind. Dieser Teil bezieht sich auf die kleineren Gemeinden. Gelegentlich wird darüber hinaus auch die Hauptstadt eines Landes aus der Untersuchung ausgeschlossen, wenn ihre Einwohnerzahl vollkommen aus dem Rahmen der anderen Gemeinden fällt und ein Vielfaches von deren Einwohnerzahl beträgt. In die Berechnung der Ranggrößenverteilung gehen im Übrigen bei diesen Arbeiten nur „große“ Gemeinden ein, wobei die Abschneidegrenze bei den einzelnen Autoren oft unterschiedlich angesetzt wird. Auf diese Weise werden nicht nur diejenigen Abschnitte der Verteilung entdeckt, für die der Betrag des Korrelationskoeffizienten der Rangnummern und der Einwohnerzahlen gegen 1 tendiert, sondern auch Bereiche aufgezeigt, in denen der Zipf-Exponent annähernd 1 beträgt, also das längerfristig vorausgesagte Gleichgewicht zwischen der Kraft der Vereinheitlichung und der Kraft der Differenzierung bereits realisiert ist. Zipf gibt Beispiele gleichgewichtiger Verteilungen an, die sich auf „metropolitan districts“ beziehen, also auf „natürlich“ abgegrenzte Siedlungen statt auf politisch abgegrenzte Gemeinden (Zipf 1949, S. 375 f.). Er betont allerdings, dass die Verteilung der Bevölkerung auf die politischen Gemeinden derselben Gesetzmäßigkeit unterliegt. Ein Zipf-Exponent von etwa 1 ergibt sich sowohl für die 100 größten metropolitan districts (genauer Wert 1,0168) als auch für die 140 größten metropolitan districts (genauer Wert 0,9648) der USA. Bei den 140 Bezirken handelt es sich um alle Städte von 50 000 oder mehr Einwohnern zusammen mit der unmittelbar umgebenden Bevölkerung. Etwa 50 Jahre später wird für die jeweils mindestens 250 000 Einwohner umfassenden 135 „metropolitan areas“ der USA ebenfalls ein nahezu gleichgewichtiger Zipf-Exponent (1,005) festgestellt (Gabaix 1999). Ähnliches gilt auch für die 61 größten Städte in Dänemark mit einem Exponenten von 1,056 (Knudsen 2001).

In anderen Fällen treten größere Abweichungen von der Gleichgewichtsverteilung auf. Für eine weltweite Auswahl von Staaten mit zwischen 10 000 und 100 000 Einwohnern variierender Untergrenze der jeweils erfassten Städte ergeben sich Zipf-Exponenten von 0,7287 bis 1,719 (Soo 2002). Für die 41 italienischen Städte mit mehr als 100 000 Einwohnern beträgt der Exponent 1,12068 (Bonifacio 2004). Für die weltweit bestehenden 408 urbanen „agglomerations“ mit mehr als je 1 Million Einwohnern erreicht der Exponent den Wert 1,3591 (Hinloopen und van Marrewijk 2004). Bei den Untersuchungen zu den deutschen demographischen Daten wurde auf derartige willkürliche Abschneidegrenzen verzichtet, weil hier weder die Demonstration der Gültigkeit (oder Ungültigkeit) der Gleichgewichtsverteilung noch der Existenzbeweis der nahezu perfekten Korrelation von Rangnummern und Einwohnerzahlen im Vordergrund steht. Dagegen soll die Brauchbarkeit des Zipfschen Instrumentariums zur Darstellung und Analyse der räumlichen Bevölkerungsverteilung getestet werden. Es geht nicht darum, die Daten so zurecht zu stutzen, dass sie Korrelation oder Gleichgewicht so deutlich wie möglich aufzeigen. Vielmehr soll untersucht werden, ob in den gesamten jeweils vorhandenen Daten überhaupt Korrelation oder Gleichgewicht erkennbar ist.

Bei allen im Kapitel 3 wiedergegebenen Ergebnissen der eigenen Untersuchungen beträgt der Zipf-Exponent mehr als 1, wirkt also die Kraft der Differenzierung stärker als die Kraft der Vereinheitlichung. Die Frage stellt sich, ob, wo und unter welchen Bedingungen eine gleichgewichtige Ranggrößenverteilung zustande kommt.

Dass dies ausnahmsweise auch ohne jeden Eingriff in die Datenbasis möglich ist, zeigt das Beispiel des Bundeslandes Mecklenburg-Vorpommern am Jahresende 1990, also vor den der deutschen Vereinigung folgenden Gebietsstandsänderungen. Das Land umfasste damals 1124 Gemeinden mit insgesamt 1 923 959 Einwohnern; die größte Stadt Rostock hatte 248 088 Einwohner, die kleinste Gemeinde Glashütte 75. Als Zipf-Exponent ergibt sich der ideale Gleichgewichtswert 1,0001. Nach erheblichem Rückgang der Einwohnerzahl sowohl des Landes (1 732 226) als auch der größten Stadt (198 303), Verringerung der Anzahl der Gemeinden auf 964 und Auflösung einiger Kleinstgemeinden – die kleinste ist nunmehr Groß Daberkow mit 98 Einwohnern – beträgt der Exponent am Jahresende 2003 1,0513. Wesentlich größere Veränderungen können auftreten, wenn man statt der vorgegebenen Gebiete – wie hier Bundesländer – andere Gebiete verwendet, was aus fachwissenschaftlicher Sicht sinnvoll sein kann.

So könnte man den Stadtstaat Berlin mit dem ihn vollständig umgebenden Land Brandenburg als Einheit betrachten, so wie es nach dem Willen der beiden Regierungen gekommen wäre, wenn die Volksabstimmung diesen Plan nicht zunichte gemacht hätte. Während der Exponent am Jahresende 2003 mit 1,3780 für Brandenburg ein starkes Übergewicht der Kraft der Differenzierung anzeigt, sinkt dieser Wert nach Zusammenfassung der 436 brandenburgischen Gemeinden mit der einzigen Großgemeinde Berlin auf 0,5211, weist also eine sehr hohe Dominanz der Kraft der Vereinheitlichung aus. Eine ähnliche Umkehr des Kräfteverhältnisses kann auch durch die Verwendung kommunaler Einzugsbereiche statt politischer Gemeinden bewirkt werden. Bei der nordrhein-westfälischen Pendlerrechnung für das Jahr 1998 wurde auch das Ruhrgebiet – bestehend aus 11 kreisfreien Städten und 27 kreisangehörigen Gemeinden mit insgesamt 4 928 133 Einwohnern – als ein Einzugsbereich abgegrenzt (Scharmer 2001). Mit dieser „Ruhrstadt“ als größtem kommunalen Einzugsbereich neben den anderen Einzugsbereichen sowie den nicht zu Einzugsbereichen verbundenen übrigen einzelnen Gemeinden erreicht der Zipf-Exponent den Wert 0,8116 gegenüber 1,3960 bei Zugrundelegung der politischen Gemeindegrenzen. Die Kraft der Vereinheitlichung gewinnt also die Oberhand über die Kraft der Differenzierung. Das Übergewicht der Kraft der Vereinheitlichung wird noch deutlicher, wenn einzelne Einzugsbereiche isoliert betrachtet werden. Die Pendlerrechnung für das Jahr 2002 ergibt für den Einzugsbereich Münster – bestehend aus der Stadt Münster und 14 Umlandgemeinden – einen Exponenten von 0,5889 und für den Einzugsbereich Köln – Stadt Köln und 17 Umlandgemeinden – einen Exponenten von 0,6230. Die Vergleichswerte des Jahres 2002 für das Land Nordrhein-Westfalen insgesamt betragen bei Gliederung nach kommunalen Einzugsbereichen 1,1568 und bei Gliederung nach politischen Gemeinden 1,4011 (siehe Abschnitt 3.4).

Ob der Zipf-Exponent den Gleichgewichtswert erreicht bzw. in welcher Richtung und wie weit er davon abweicht, hängt offensichtlich von der Abgrenzung und regionalen Gliederung des Untersuchungsgebietes sowie von der Mindestgröße der in die Untersuchung einbezogenen Gebietsteile ab und wird damit wesentlich vom jeweiligen Verwendungszweck der Ergebnisse, von der Verfügbarkeit der Daten oder auch von der Willkür des Bearbeiters mitbestimmt. Die lapidare Feststellung, die der Verfasser eines Internet-Lexikons als Resümee aus Zipfs Buch trifft – „The population of the city as plotted as a function of the rank ... is a power-law function with exponent close to 1“ (Li 1999) – ist in dieser Form sicherlich zu stark vereinfachend.

In der in Abschnitt 3.4 beschriebenen Pendlerrechnung des Landes Nordrhein-Westfalen werden standardmäßig diejenigen Gemeinden einem kommunalen Einzugsbereich zugeordnet, deren Berufsauspendler zu mindestens 30% ihren Arbeitsplatz in der Kerngemeinde des Einzugsbereichs haben. Mit diesem Mindestanteil der Auspendler ist ein bestimmter Kompaktheitsgrad des Einzugsbereichs festgelegt. Die Zugrundelegung des Grenzwertes von 30% ist aber nicht zwingend, sondern erfolgt zur Sicherstellung der eindeutigen Zuordnung der Gemeinden zu Einzugsbereichen – bzw. zur Vermeidung der bei niedrigerem Grenzwert häufiger auftretenden Fälle nicht eindeutiger Zuordnung – sowie zur Visualisierung der bei höherem Grenzwert optisch weniger in Erscheinung tretenden und zum Teil auch unplausibel kleinen Einzugsbereiche. Dabei spielt auch die Ästhetik der kartographischen Darstellung eine Rolle. Wenn zu einem bestimmten Verwendungszweck ein anderer als der standardmäßig vorgegebene Grenzwert festgelegt wird und dementsprechend der Kompaktheitsgrad der Einzugsbereiche variiert, verändert sich auch der Wert des Zipf-Exponenten. Nach der Pendlerrechnung des Jahres 2002 nimmt der Zipf-Exponent mit dem Kompaktheitsgrad bzw. dem Mindest-Berufsauspendleranteil kontinuierlich ab (Übersicht 2 Teil II). Die Ranggrößenverteilung nähert sich also der Gleichgewichtsverteilung. Bei einem Kompaktheitsgrad von 15% ist das Gleichgewicht zwischen der Kraft der Differenzierung und der Kraft der Vereinheitlichung schon fast erreicht ( $\lambda = 1,0247$ ). In diesem annähernd gleichgewichtigen Zustand ergeben sich gegenüber den Standard-Einzugsbereichen (Kompaktheitsgrad 30%) deutliche Verschiebungen. Der nach der Bevölkerung größte Einzugsbereich ist nun Düsseldorf mit 2 515 410 Einwohnern und 18 Gemeinden (einschließlich der Kerngemeinde), zu denen auch die Städte Duisburg, Krefeld, Mönchengladbach und Solingen gehören. Die nächst größeren Bereiche sind Köln mit 2 354 904 Einwohnern und 37 Gemeinden sowie Münster mit 797 791 Einwohnern und 27 Gemeinden. Insgesamt werden 190 Gemeinden zu Einzugsbereichen zusammengefasst. Mit den verbleibenden nicht zusammengefassten Gemeinden liegen der Ranggrößenverteilung damit 221 Gebiete zu Grunde.

Während der Weg zum Gleichgewicht über die Bildung von kommunalen Einzugsbereichen offensichtlich eindeutig vorhersehbar zum Ziel führen kann, sind die Auswirkungen unterschiedlicher Mindestgrößen der zu untersuchenden Gemeinden erheblich komplizierter zu beurteilen. Bei Einbeziehung aller 12 628 deutschen Gemeinden beträgt der Zipf-Exponent zum Jahresende 2003 1,2172 (siehe Abschnitt 3.2).

Wenn schrittweise immer mehr kleinste Gemeinden ausgeschlossen werden, nimmt der Exponent zunächst zu, entfernt sich also vom Gleichgewichtswert (Übersicht 2 Teil I). Bei Beschränkung der Berechnung auf die 7550 Gemeinden mit mindestens 1000 Einwohnern erreicht der Exponent bereits den Wert 1,2424. Die 1573 Gemeinden mit mindestens 10 000 Einwohnern ergeben den Wert 1,2779. Bei weiter steigender Abschneidegrenze nimmt der Exponent dann wieder ab. Er beträgt für die 82 Städte mit mindestens 100 000 Einwohnern 1,2653 und für die 12 Städte mit mindestens 500 000 Einwohnern 1,1477 und fällt auf 1,0729, wenn sich die Berechnung auf die drei größten Städte mit mehr als 1 Mill. Einwohnern beschränkt. Die gleichgewichtige Ranggrößenverteilung mit  $\lambda = 1$  wird hier nie erreicht. Wenn die einzelnen Bundesländer betrachtet werden, nimmt der Zusammenhang zwischen der Abschneidegrenze und dem Wert des Zipf-Exponenten von Land zu Land und zu Gesamtdeutschland abweichende Formen an. Schleswig-Holstein ist ein Beispiel für die kontinuierliche Zunahme des Exponenten von 1,1113 bei Einbeziehung aller 1125 Gemeinden bis 1,6509 bei Berücksichtigung nur der drei größten Städte mit mindestens 80 000 Einwohnern.

Dagegen nimmt der Wert im Doppelland Berlin/Brandenburg von 0,5211 bei Einbeziehung aller 437 Gemeinden bis 0,2421 bei Beschränkung auf die drei größten Städte mit mindestens 100 000 Einwohnern kontinuierlich ab. Diese beiden Beispiele haben gemeinsam, dass der schrittweise Ausschluss immer mehr kleinster Gemeinden zu immer größerer Entfernung des Exponenten vom Gleichgewichtswert führt. Eine Regel – etwa im Sinne „Die für die Gesamtheit der Gemeinden bestehende Dominanz der Kraft der Differenzierung (Deutschland, Schleswig-Holstein) oder der Kraft der Vereinheitlichung (Berlin/Brandenburg) bleibt bestehen (Deutschland) bzw. verstärkt sich (Schleswig-Holstein, Berlin/Brandenburg) bei Beschränkung der Untersuchung auf die größeren Städte“ – lässt sich danach aber nicht aufstellen. Ein Gegenbeispiel liefern die Daten des Landes Sachsen. Hier beträgt der Zipf-Exponent für die Gesamtheit der 525 Gemeinden 1,0403 und steigt dann für die 516 Gemeinden mit mindestens 1000 Einwohnern auf 1,0408 leicht an. Bei sukzessiver weiterer Erhöhung der Abschneidegrenze sinkt der Exponent kontinuierlich bis auf sein Minimum 0,9651 für die 27 Gemeinden mit mindestens 19 000 Einwohnern. Dabei wird für die 85 Gemeinden mit mindestens 8800 Einwohnern exakt der Gleichgewichtswert erreicht ( $\lambda = 1,0000$ ). Vom Minimum aus nimmt der Exponent mit der Erhöhung der Abschneidegrenze stark zu und erreicht für die drei größten Städte mit mehr als 100 000 Einwohnern den außerordentlich hohen Wert 2,2703.

Dabei tritt – für die zehn Gemeinden mit mindestens 39 000 Einwohnern – zum zweiten Mal der Gleichgewichtswert ( $\lambda = 1,0005$ ) auf. Das Beispiel Sachsen zeigt in besonderem Maß, wie anspruchsvoll die Interpretation des Zipf-Exponenten und der Ranggrößenverteilung sein kann.

Die deutschen Bevölkerungsdaten leisten keinen Beitrag zum Zipfschen Gesetz im engeren Sinn, d.h. zur Erwartung, der Ausgleich zwischen den Kräften der Differenzierung und der Vereinheitlichung mit  $\lambda = 1$  sei der Normalfall. Das Gleichgewicht stellt sich weder bei Verwendung des gesamten Datenbestands noch nach objektiv begründbarer Datenreduktion mit ausreichend großer Wahrscheinlichkeit ein. Das als Ausnahmefall gelegentlich auftretende Ergebnis  $\lambda = 1$  scheint eher ein seltenes Zufallsprodukt oder die Folge subjektiver Datenmanipulation zu sein. Das Modell der Ranggrößenverteilung ist – auch ohne Festlegung auf einen bestimmten Wert des Exponenten – zur anschaulichen Darstellung und Analyse geographischer Bevölkerungsverteilungen gut geeignet und leicht berechenbar. Es ist dabei keineswegs trivial, sondern neben der komplizierten mathematischen Begründung auch in den Ergebnissen durchaus erläuterungsbedürftig und diskussionsanregend.

**Literaturverzeichnis**

- Pavel M. **Alexejew**, Valentin M. Kalinin und Rajmond G. Piotrowski (Hg.) (1973): Sprachstatistik. München/Salzburg.
- Gershon **Alperovich** (1984): The size distribution of cities – On the empirical validity of the rank-size rule. *Journal of Urban Economics*, XVI, S. 232-239.
- Felix **Auerbach** (1913): Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration. *Petermanns Geographische Mitteilungen*, Band LIX, S. 73 –76.
- Robert **Axtell** und Richard Florida (2001) : Emergent cities – A microeconomic explanation for Zipf`s law. Mimeo, The Brookings Institution. Internet.
- Michael **Batty** (2000): siehe Shiode.
- Marianne van den **Berg** (1999): siehe Brakman.
- Ludwig **Beutin** (1959): Wirtschaftsgeschichte. In: *Handbuch der Wirtschaftswissenschaften* (Hg. Karl Hax und Theodor Wessels), Köln/Opladen, Band II S. 1405-1443.
- Flavio **Bonifacio** (2004): An automatic method for detection of extreme values : rules and applications. 3<sup>rd</sup> Conference in Actuarial Science and Finance, Samos, Greece, 2-5 September 2004. Internet.
- Steven **Brakman**, Harry Garretsen, Charles van Marrewijk und Marianne van den Berg (1999): The return of Zipf – Towards a further understanding of the rank-size distribution. *Journal of Regional Science*, Vol 39, S.183-213.
- Manfred **Bretz** und Edgar Wedel (1988): Zweck und Bedeutung der Volks-, Berufs-, Gebäude- und Wohnungszählung. *Wirtschaft und Statistik* 3/1987, S.195-206.
- Glenn R. **Carroll** (1982): National city-size distributions – What do we know after 67 years of research? *Progress in Human Geographie* VI, S.1-43.
- Juan Carlos **Cordoba** (2004): A generalized Gibrat`s law for cities. Internet, Rice University (U.S.), Department of Economics.
- Charles **Darwin** (1859): On the origin of species by means of natural selection – Or the preservation of favoured races in the struggle for life. London.
- Albert **Einstein** (1922): Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie. Braunschweig.
- Ernst **Engel** (1881): Das Rechnungsbuch der Hausfrau und seine Bedeutung im Wirtschaftsleben der Nation. *Zeitschrift des Königlich Preussischen Statistischen Bureaus* 21, S.379-390.
- Ronald Aylmer **Fisher** (1925): *Statistical methods for research workers*. Edinburgh.
- Richard **Florida** (2001): siehe Axtell.
- Xavier **Gabaix** (1999): Zipf`s law for cities – An explanation. *The Quarterly Journal of Economics*, 114, S.739-767.
- Johann Gottfried **Galle** (1858): Über die Verbesserung der Planeten-Elemente aus beobachteten Oppositionen, angewandt auf eine neue Bestimmung der Pallas-Bahn. Breslau.
- Harry **Garretsen** (1999): siehe Brakman.
- Wolfgang **Gerß** (1984): Statistische Einzelangaben als Grundlage der regionalen wirtschaftlichen Gesamtrechnungen. *Jahrbücher für Statistik und Landeskunde von Baden-Württemberg*, Jahrgang 29, S.151-158.
- Wolfgang **Gerß** (1990): Inter- und intraregionale Unterschiede der Wertschöpfung in der Bundesrepublik Deutschland. *Statistische Rundschau Nordrhein-Westfalen* Jg. 42/9, S.639-649.
- Wolfgang **Gerß** (1996): Statistische Signifikanz der Diversität im Zusammenhang mit biologischen Bestandserfassungen. *Allgemeines Statistisches Archiv* 80 (2), S.219-226.

- Wolfgang **Gerß** (2000): Statistische Auswertung einer zehnjährigen Punkt-Stopp-Vogelzählung im niederbergischen Hügelland. *Charadrius* 36 Heft 2, S.49-56.
- Robert **Gibrat** (1931): *Les inégalités économiques*. Paris.
- Ernest P. **Goodrich** (1926) : The statistical relationship between population and the city plan. *American Journal of Sociology*, Vol. 20, S.123-128.
- Volker **Hannemann** (1992):Ergebnisse, Nutzen, Qualität und Organisation von Volkszählungen in den alten Bundesländern. In: *Forum der Bundesstatistik*, Band 21, S.67-82, Stuttgart.
- J. Michael **Harrison** (1985): *Brownian motion and stochastic flow systems*. New York.
- Jeroen **Hinloopen** und Charles van Marrewijk (2004): *Locating economic concentration*. Tinbergen Institute Discussion Paper. Internet.
- Robert T. **Holt**, Brian L. Job und Lawrence Markus (1978): Catastrophe theory and the study of war. *Journal of Conflict Resolution* 22, S.171-208.
- Yannis M. **Ioannides** und Henry G. Overman (2003): Zipf's law for cities – An empirical examination . *Regional Science and Urban Economics*, Vol.33, S.127-137.
- Robert I. **Jennrich** (1978): siehe Ralston.
- Brian L. **Job** (1978): siehe Holt.
- Pascual **Jordan** (1955): *Schwerkraft und Weltall – Grundlagen der theoretischen Kosmologie*. Braunschweig.
- Valentin M. **Kalinin** (1973): siehe Alexejew.
- Thorbjörn **Knudsen** (2001): Zipf's law for cities and beyond – The case of Denmark. *American Journal of Economics and Sociology*, Vol.60 No.1, S.123 -146.
- Wentian **Li** (1999): Zipf's law. North shore LIJ research institute, Rockefeller University. Internet.
- Alfred J. **Lotka** (1925): *The elements of physical biology*. Baltimore.
- Friedrich **Lütge** (1959): Ausgangstatsachen der Volkswirtschaftslehre. In: *Handbuch der Wirtschaftswissenschaften* (Hg. Karl Hax und Theodor Wessels), Köln/Opladen, Band II S.903-935.
- Anne E. **Magurran** (1988): *Ecological diversity and its measurement*. London.
- Thomas Robert **Malthus** (1778): *An essay on the principle of population as it affects the future improvement of society*. London.
- Benoit **Mandelbrot** (1953): An information theory of the statistical structure of languages. In: *Communication Theory* (Hg. W.Jackson), New York, S.486-502.
- Lawrence **Markus** (1978): siehe Holt.
- Charles van **Marrewijk** (1999): siehe Brakman.
- Charles van **Marrewijk** (2004): siehe Hinloopen.
- Karl **Marx** (1867/ 1885/ 1894): *Das Kapital – Kritik der politischen Ökonomie*; Bände I,II,III. Hamburg.
- Henry G. **Overman** (2003): siehe Ioannides.
- Vilfredo **Pareto** (1896/1897): *Cours d'économie politique professé à l'université de Lausanne*; Bände 1 und 2. Lausanne.
- Johann **Pfanzagl** (1963): Über die Parallelität von Zeitreihen. *Metrika* 6, S.100-113.
- Rajmond G. **Piotrowski** (1973): siehe Alexejew.
- Johannes **Popitz** (1926): *Finanzausgleich*. In: *Handwörterbuch der Staatswissenschaften*, vierte Auflage, dritter Band, Jena, S. 1016-1042.
- Mary L. **Ralston** und Robert I. Jennrich (1978): DUD, a derivative-free algorithm for nonlinear least squares. *Technometrics* 20, S.7-14.

- Anatol **Rapoport** (1980): Mathematische Methoden in den Sozialwissenschaften. Würzburg/Wien.
- Cambell B. **Read** (1988): Zipf's law. In: S. Kotz, N.L. Johnson, C.B.Read (Hg), Encyclopedia of Statistical Sciences, New York.
- Marco **Scharmer** (2001): Ergebnisse der Pendlerrechnung Nordrhein-Westfalen 1998. Statistische Analysen und Studien NRW 4/2001, S.27-44.
- Narushige **Shiode** und Michael Batty(2000): Power law distributions in real and virtual worlds. INET 2000 Proceedings, The Internet Society Conference, Yokohama, 18-21 July 2000. Internet.
- Herbert Alexander **Simon** (1955): On a class of skew distribution functions. Biometrika 42, S. S.426-439.
- Kwok Tong **Soo** (2002): Zipf's law for cities – A cross country investigation . Mimeo, London School of Economics. Internet.
- John Quincy **Stewart** (1947): Empirical mathematical rules concerning the distribution and equilibrium of population. The Geographical Review, Vol. 37, S.461-485.
- John Quincy **Stewart** (1948): Demographic gravitation – Evidence and applications. Sociometry, Vol. 11 Nr. 1 und 2, S.31-58.
- Erwin **Stresemann** (1951): Die Entwicklung der Ornithologie. Berlin.
- Friedrich **Vogel** (1995): Beschreibende und schließende Statistik, 8. Auflage. München/Wien.
- Hugo de **Vries** (1901, 1903): Die Mutationstheorie – Versuche und Beobachtungen über die Entstehung von Arten im Pflanzenreich. Leipzig.
- Edgar **Wedel** (1987): siehe Bretz.
- Edgar **Wedel** (1988): siehe Würzberger.
- Rolf **Wiegert** (1999): Einführung in die Diskussion um einen Zensus 2001 in Deutschland.Sonderheft 33 zum Allgemeinen Statistischen Archiv, S.9-14. Göttingen.
- Paul **Würzberger** und Edgar Wedel (1988): Erste Ergebnisse der Volkszählung 1987. Wirtschaft und Statistik 12/ 1988, S.829-836.
- Erik Christopher **Zeeman** (1976): Catastrophe theory. Scientific American 234, S.65-83.
- George Kingsley **Zipf** (1940): The generalized harmonic series as a fundamental principle of social organization. Psychological Record, Vol. 4, S.43.
- George Kingsley **Zipf** (1941): National unity and disunity – The nation as a bio-social organism. Bloomington/Ind.
- George Kingsley **Zipf** (1942): The unity of nature, least-action, and natural social science. Sociometry Vol. 5, S.48-62.
- George Kingsley **Zipf** (1947): The hypothesis of the 'Minimum Equation' as a unifying social principle, with attempted synthesis. American Sociological Review, Vol.12, S.627-650.
- George Kingsley **Zipf** (1949): Human behavior and the principle of least efforts – An introduction to human ecology. Cambridge/Mass. [Faksimile New York 1972].

**Anhang: Abbildungen und tabellarische Übersichten**

Abb.1: Ranghäufigkeitsverteilung von 74 im Gebiet der Gemeinde Heiligenhaus beobachteten Vogelarten mit insgesamt 19 436 Vögeln

Abb.2: Zentraler Bereich der Ranggrößenverteilung von 1829 im Regierungsbezirk Köln liegenden Betrieben des Verarbeitenden Gewerbes nach ihrem im Jahr 2003 erzielten Umsatz

Abb.3: Ranggrößenverteilung der 396 Gemeinden des Landes Nordrhein-Westfalen nach ihrer Einwohnerzahl am 31.12.2003

Abb.4: Einwohnerzahlen des Landes Nordrhein-Westfalen und Zipf-Exponenten der Ranggrößenverteilungen der Gemeinden am Ende der Jahre 1975 bis 2003

Abb.5: Ranggrößenverteilungen der Gemeinden der Bundesländer (ohne Stadtstaaten) nach ihrer Einwohnerzahl am 31.12.2003

Abb.6: Ranggrößenverteilung der 984 (alter Gebietsstand) bzw. 396 (neuer Gebietsstand) Gemeinden des Landes Nordrhein-Westfalen nach ihrer Einwohnerzahl an der Jahreswende 1974/1975

Abb.7: Ranggrößenverteilung der 8503 (früheres Bundesgebiet einschließlich Berlin-West) bzw. 16 115 (Gesamtdeutschland) Gemeinden der Bundesrepublik Deutschland nach ihrer Einwohnerzahl am 31.12.1990

Abb.8: Ranggrößenverteilung der 292 kommunalen Einzugsbereiche des Landes Nordrhein-Westfalen nach ihrer Einwohnerzahl am 30.06.2002

Übersicht 1: Vier gleichwertige Darstellungsvarianten der Ranggrößenverteilung

Übersicht 2: Experimente zur Lokalisierung von Gleichgewichtsverteilungen

I Eliminierung der kleinen Gemeinden nach verschiedenen Abschneidegrenzen

II Klumpung von Gemeinden zu Einzugsbereichen nach verschiedenen Kompaktheitsgraden

Abb. 1 Ranghäufigkeitsverteilung von 74 im Gebiet der Gemeinde Heiligenhaus beobachteten Vogelarten mit insgesamt 19436 Vögeln

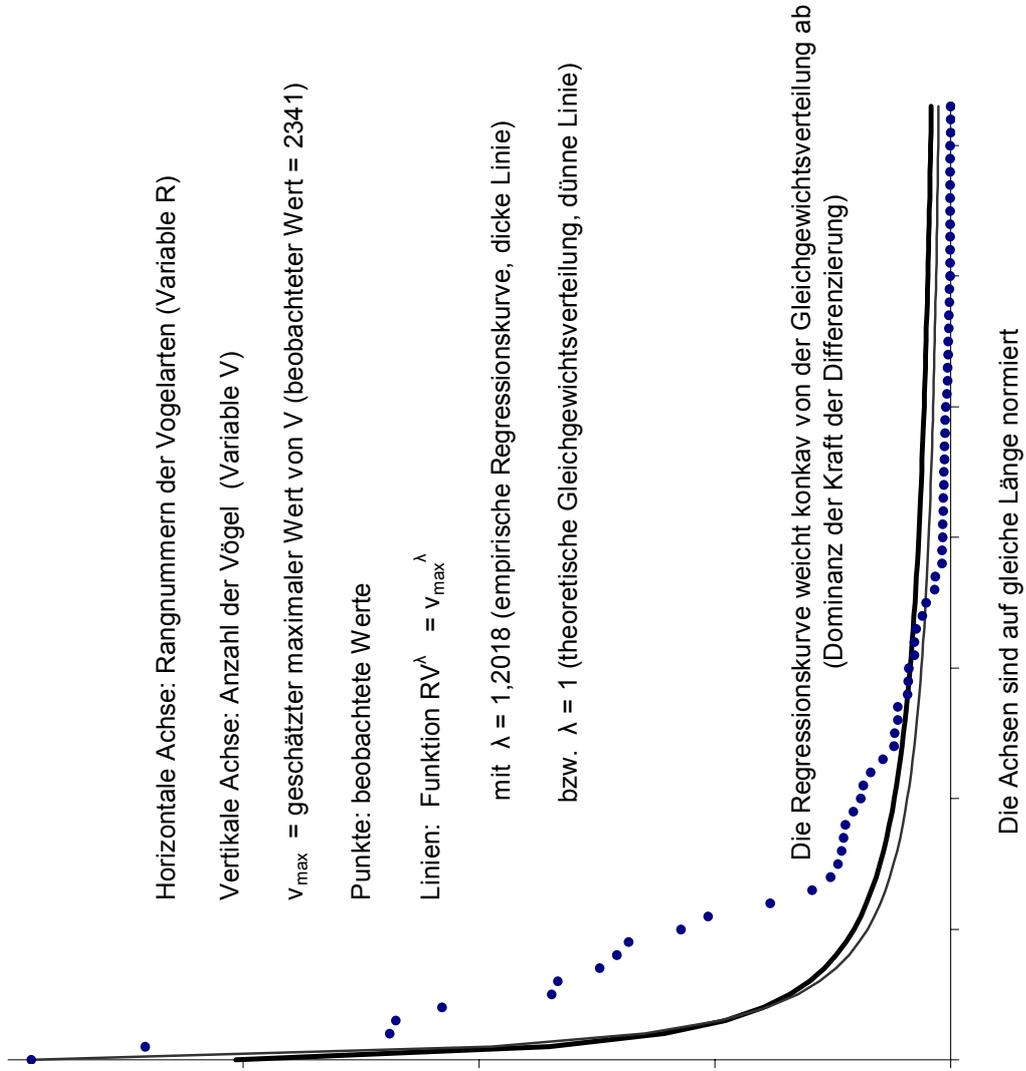


Abb. 2 Zentraler Bereich der Ranggrößenverteilung von 1829 im Regierungsbezirk Köln liegenden Betrieben des Verarbeitenden Gewerbes nach ihrem im Jahr 2003 erzielten Umsatz

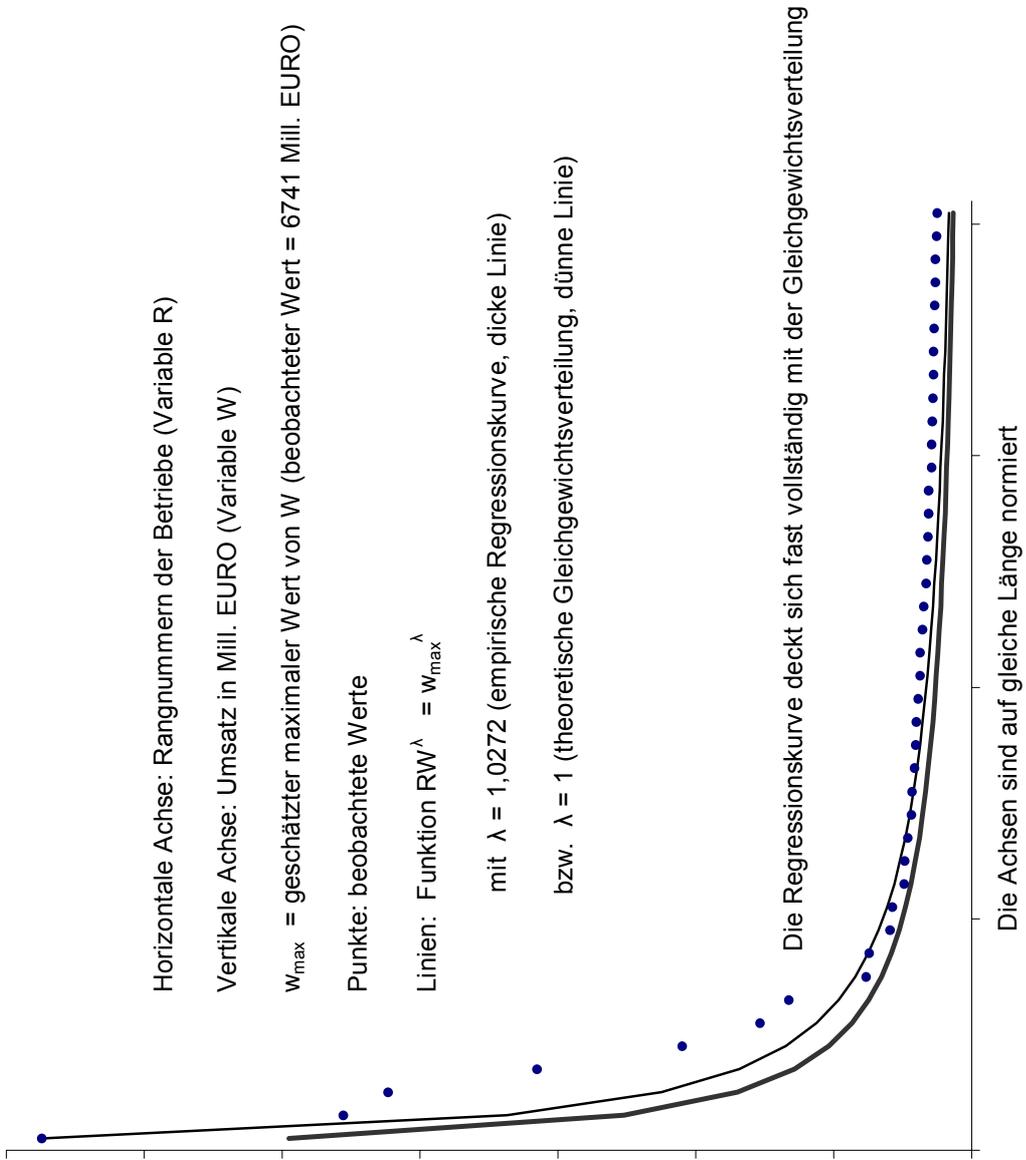


Abb. 3 Ranggrößenverteilung der 396 Gemeinden des Landes Nordrhein-Westfalen nach ihrer Einwohnerzahl am 31.12.2003

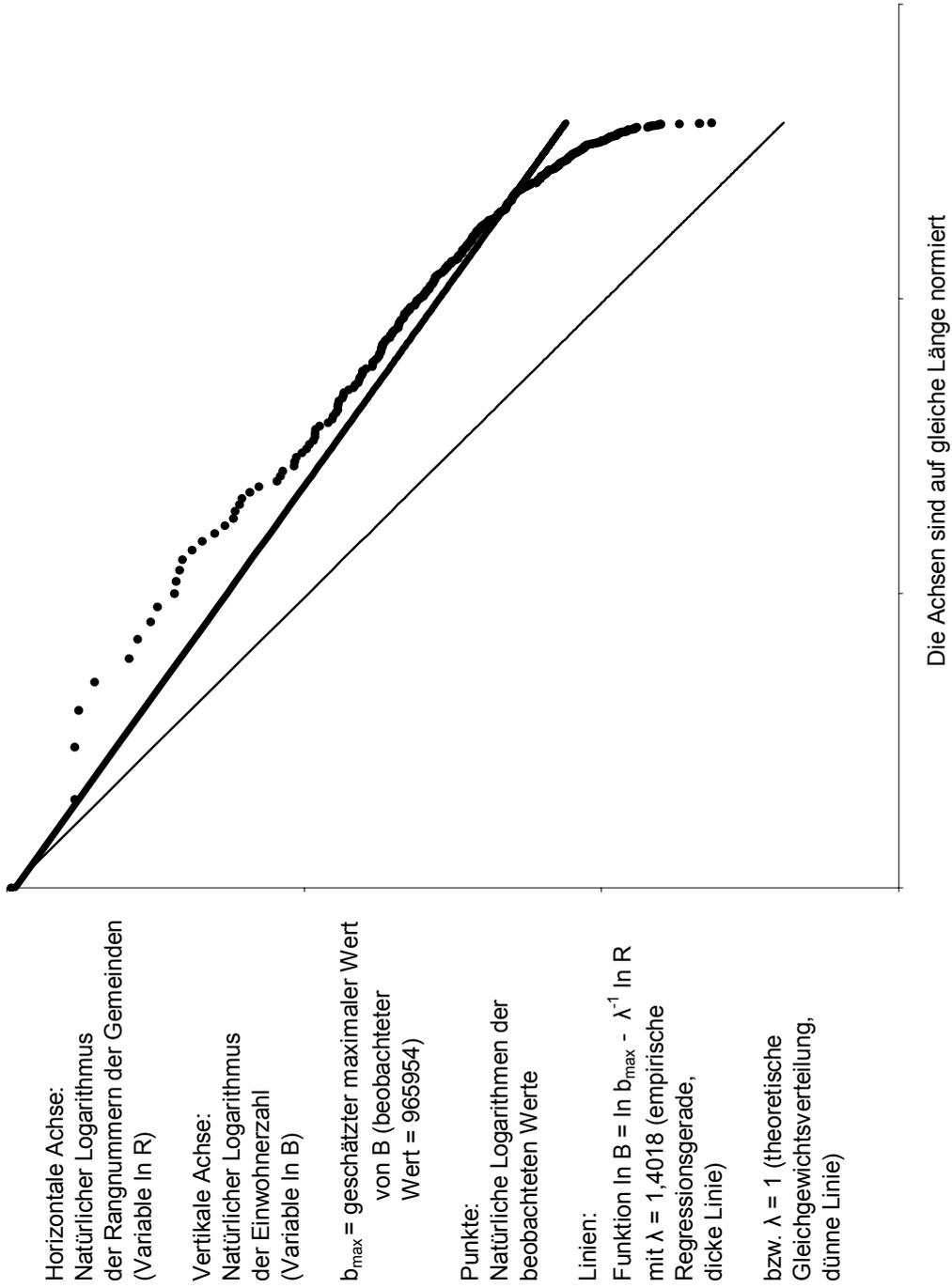


Abb. 4 Einwohnerzahlen des Landes Nordrhein-Westfalen (B) und Zipf-Exponenten der Ranggrößenverteilungen der Gemeinden ( $\lambda$ ) am Ende der Jahre 1975 bis 2003

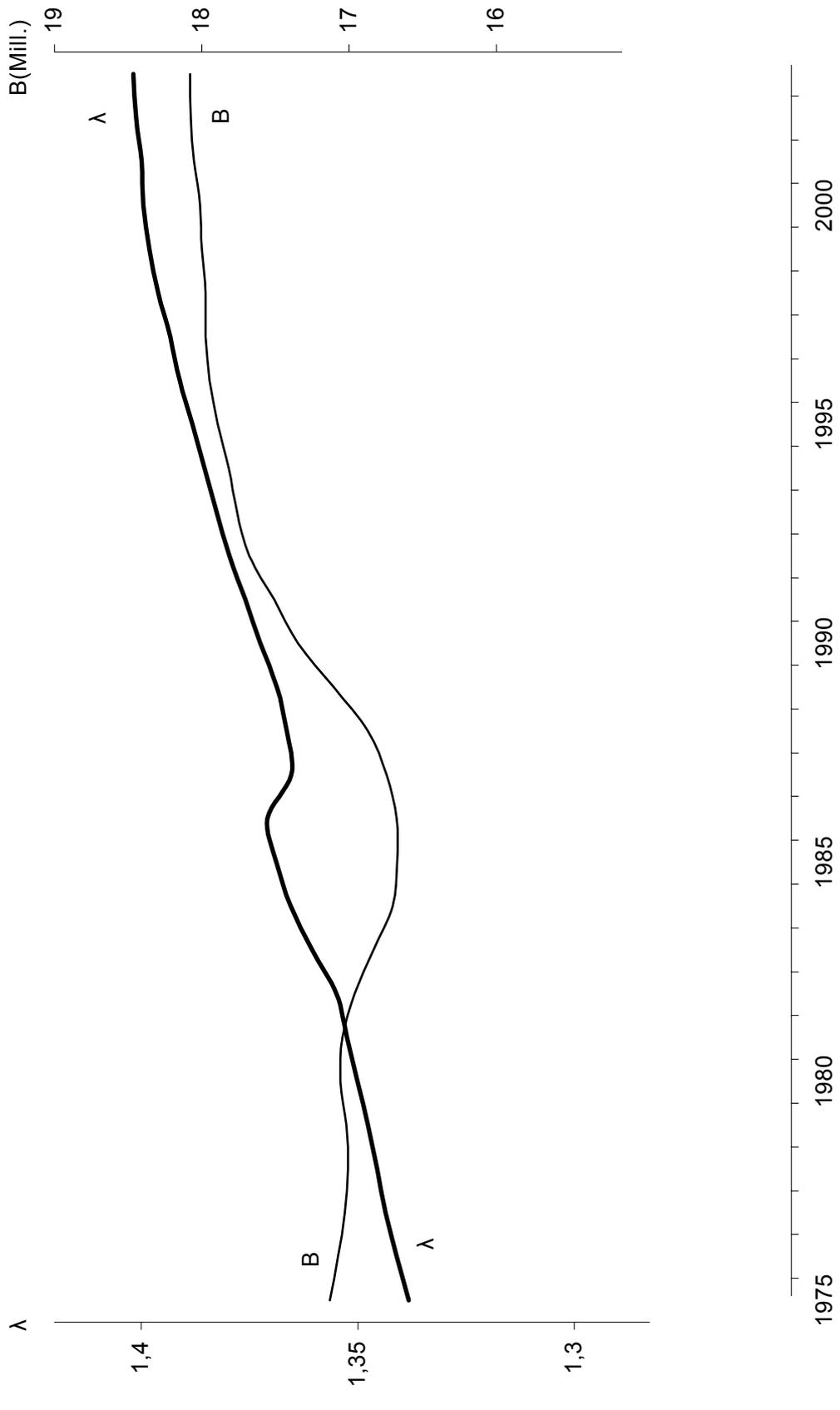


Abb. 5 Ranggrößenverteilungen der Gemeinden der Bundesländer (ohne Stadtstaaten) nach ihrer Einwohnerzahl am 31.12.2003

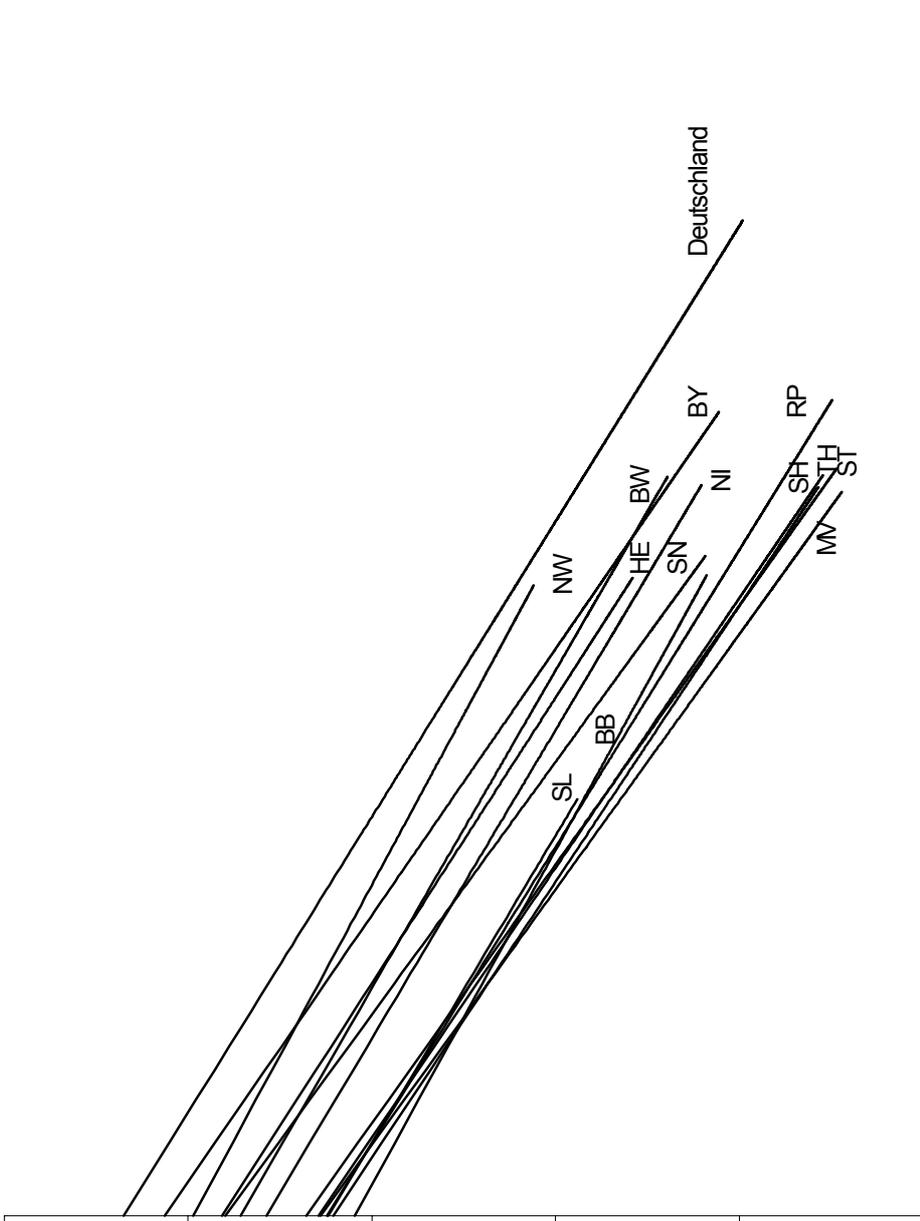
Horizontale Achse:  
 Natürlicher Logarithmus  
 der Rangnummern der Gemeinden  
 (Variable  $\ln R$ )

Vertikale Achse:  
 Natürlicher Logarithmus  
 der Einwohnerzahl  
 (Variable  $\ln B$ )

$b_{\max}$  = geschätzter maximaler Wert von B

Linien (empirische Regressionsgeraden):  
 Funktion  $\ln B = \ln b_{\max} - \lambda^{-1} \ln R$

SH = Schleswig-Holstein  
 NI = Niedersachsen  
 NW = Nordrhein-Westfalen  
 HE = Hessen  
 RP = Rheinland-Pfalz  
 BW = Baden-Württemberg  
 BY = Bayern  
 SL = Saarland  
 BB = Brandenburg  
 MV = Mecklenburg-Vorpommern  
 SN = Sachsen  
 ST = Sachsen-Anhalt  
 TH = Thüringen



Die Achsen sind **nicht** auf gleiche Länge normiert

Abb. 6 Ranggrößenverteilung der 984 (alter Gebietsstand) bzw. 396 (neuer Gebietsstand) Gemeinden des Landes Nordrhein-Westfalen nach ihrer Einwohnerzahl an der Jahreswende 1974/75

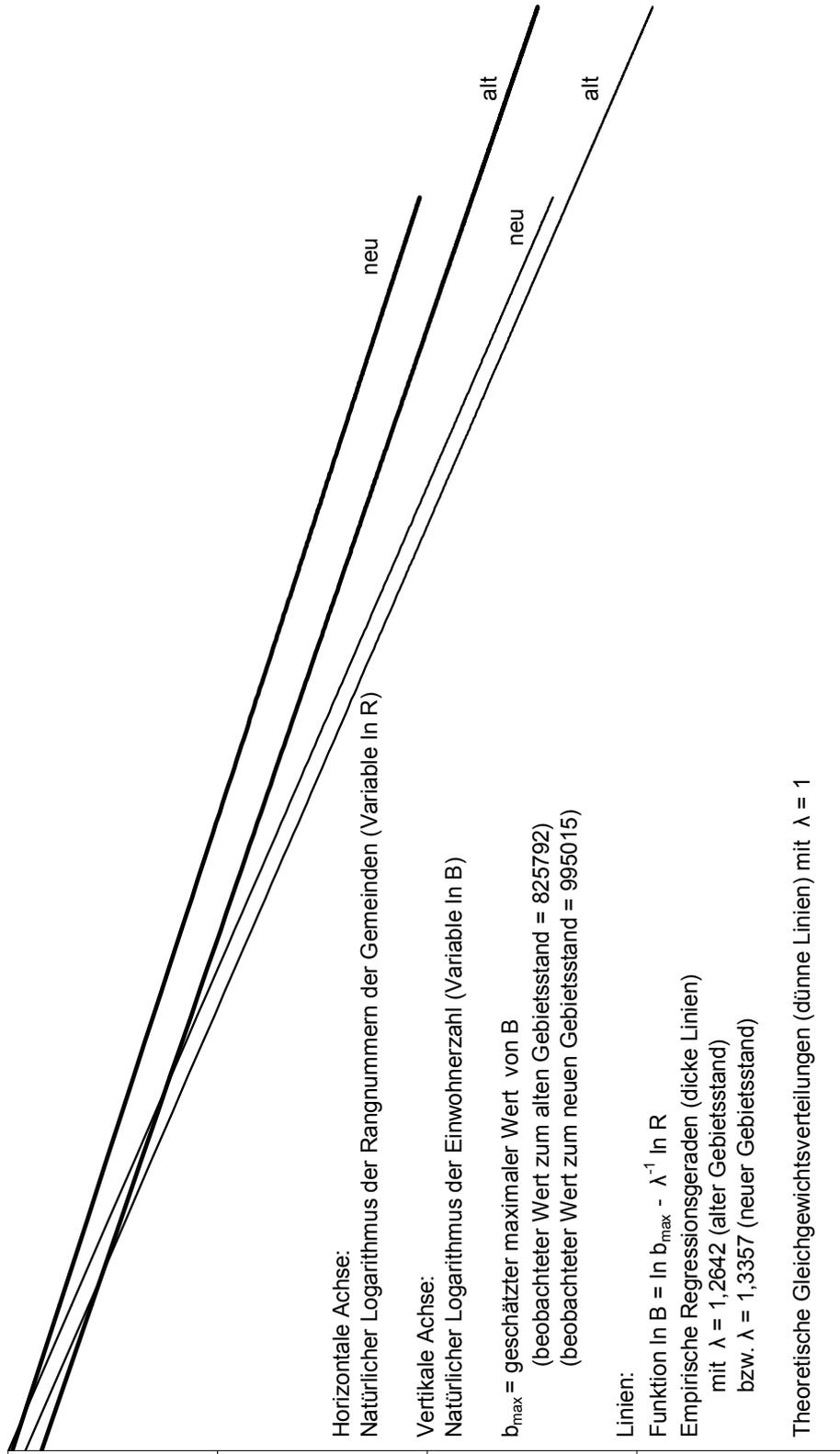
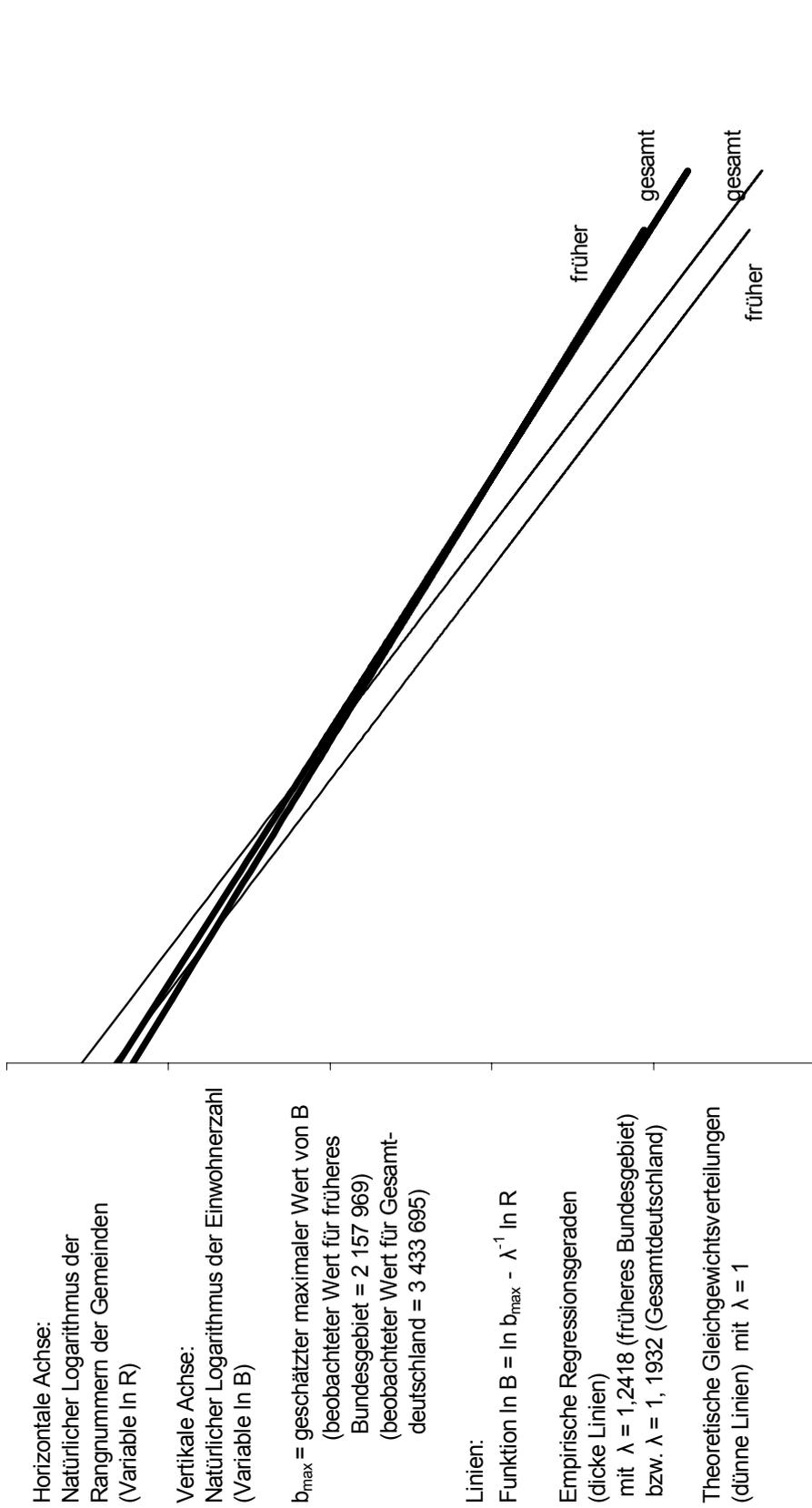
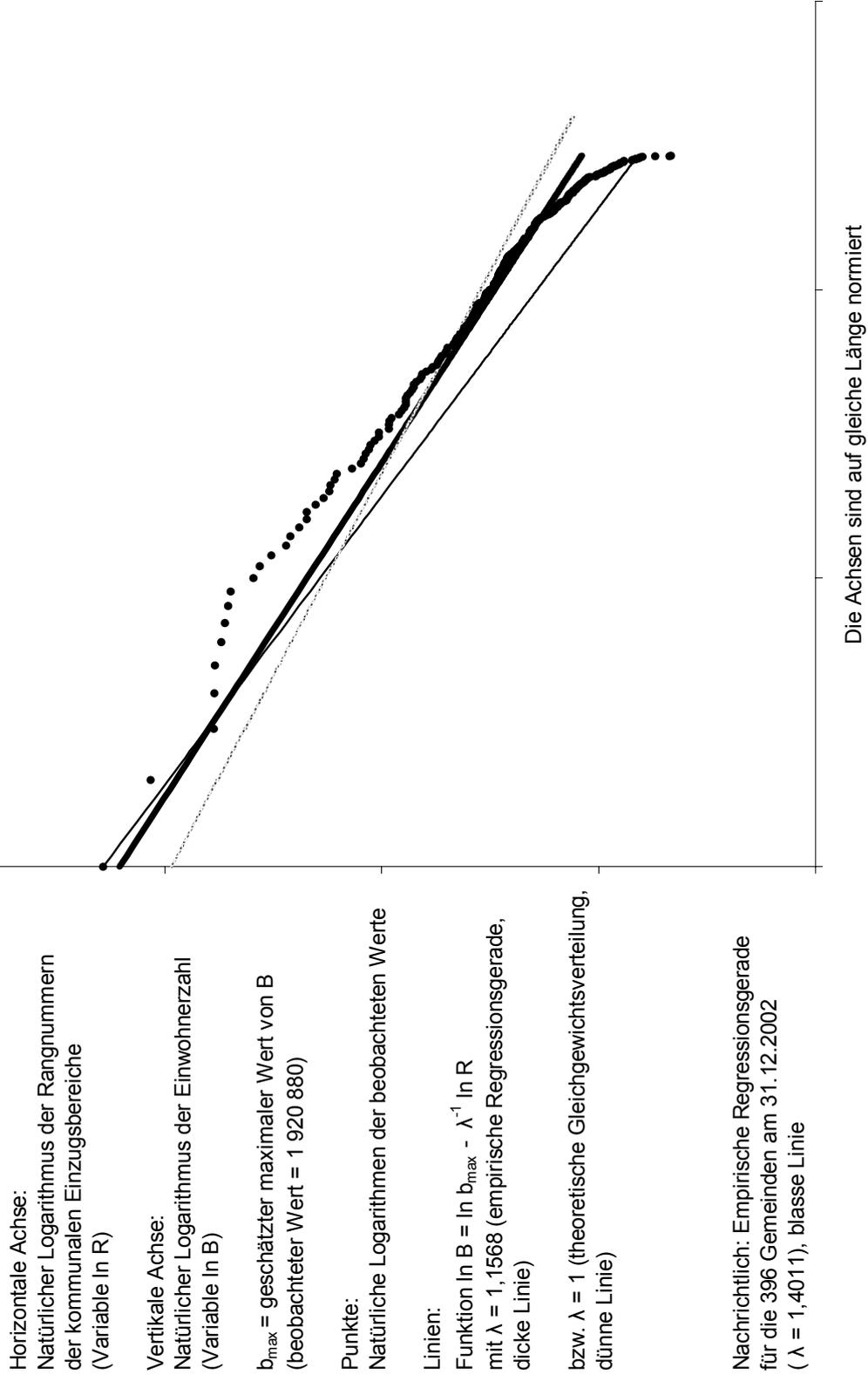


Abb. 7 Ranggrößenverteilung der 8503 (früheres Bundesgebiet einschließlich Berlin-West) bzw. 16115 (Gesamtdeutschland) Gemeinden der Bundesrepublik Deutschland nach ihrer Einwohnerzahl am 31.12.1990



Die Achsen sind **nicht** auf gleiche Länge normiert

Abb. 8 Ranggrößenverteilung der 292 kommunalen Einzugsbereiche des Landes Nordrhein-Westfalen nach ihrer Einwohnerzahl am 30.6.2002



Übersicht 1: Vier gleichwertige Darstellungsvarianten der Ranggrößenverteilung

Variante I

Vorgaben: Exponentielle Gewichtung der Variablen B  
B ist Funktion von R (B auf vertikaler Achse, R auf horizontaler Achse)

Hyperpel:  $R B^x = b_{\max}^x$

Gerade:  $\ln R + x \ln B = x \ln b_{\max}$   
 $\ln B = \ln b_{\max} - x^{-1} \ln R \rightarrow \ln B = \ln b_{\max} - I^{-1} \ln R$

Folgen:  $x = I$  (Der Exponent der Hyperbel ist der Quotient aus der Kraft der Differenzierung im Zähler und der Kraft der Vereinheitlichung im Nenner)

Die Gerade verläuft von links oben (größte Städte) nach rechts unten (kleinste Gemeinden)

Variante II

Vorgaben: Exponentielle Gewichtung der Variablen B  
R ist Funktion von B (R auf vertikaler Achse, B auf horizontaler Achse)

Hyperpel:  $R B^x = b_{\max}^x$

Gerade:  $\ln R + x \ln B = x \ln b_{\max}$   
 $\ln R = x \ln b_{\max} - x \ln B$

Mit Variante I vergleichbare Darstellung:

$$\ln B = \ln b_{\max} - x^{-1} \ln R \rightarrow \ln B = \ln b_{\max} - I^{-1} \ln R$$

Folgen:  $x = I$  (Der Exponent der Hyperbel ist der Quotient aus der Kraft der Differenzierung im Zähler und der Kraft der Vereinheitlichung im Nenner)

Die Gerade verläuft von rechts unten (größte Städte) nach links oben (kleinste Gemeinden)

Variante III

Vorgaben: Exponentielle Gewichtung der Variablen R  
B ist Funktion von R (B auf vertikaler Achse, R auf horizontaler Achse)

Hyperpel:  $R^x B = b_{\max}$

Gerade:  $x \ln R + \ln B = \ln b_{\max}$   
 $\ln B = \ln b_{\max} - x \ln R$

Mit Variante I vergleichbare Darstellung:

$$\ln B = \ln b_{\max} - \left(\frac{1}{x}\right)^{-1} \ln R \rightarrow \ln B = \ln b_{\max} - I^{-1} \ln R$$

Folgen:  $\frac{1}{x} = I$  bzw.  $x = \frac{1}{I}$  (Der Exponent der Hyperbel ist der Quotient aus der Kraft der Vereinheitlichung im Zähler und der Kraft der Differenzierung im Nenner)

Die Gerade verläuft von links oben (größte Städte) nach rechts unten (kleinste Gemeinden)

Fortsetzung Übersicht 1

Variante IV

Vorgaben: Exponentielle Gewichtung der Variablen R  
R ist Funktion von B (R auf vertikaler Achse, B auf horizontaler Achse)

Hyperpel:  $R^x B = b_{\max}$

Gerade:  $x \ln R + \ln B = \ln b_{\max}$   
 $\ln R = \frac{1}{x} \ln b_{\max} - \frac{1}{x} \ln B$

Mit Variante I vergleichbare Darstellung:

$$\ln B = \ln b_{\max} - x \ln R$$

$$\ln B = \ln b_{\max} - \left(\frac{1}{x}\right)^{-1} \ln R \rightarrow \ln B = \ln b_{\max} - I^{-1} \ln R$$

Folgen:  $\frac{1}{x} = I$  bzw.  $x = \frac{1}{I}$  (Der Exponent der Hyperbel ist der Quotient aus der Kraft der Vereinheitlichung im Zähler und der Kraft der Differenzierung im Nenner)

Die Gerade verläuft von rechts unten (größte Städte) nach links oben (kleinste Gemeinden)

Symbole

B = Variable Einwohnerzahl

$b_{\max}$  = Geschätzte Einwohnerzahl der größten Stadt

(eigentlich Schnittpunkt der Regressionsgeraden mit der Achse der Variablen B)

R = Variable Rangnummer

x = Exponent der Hyperbel

ln = Natürlicher Logarithmus

I = Zipf-Exponent (Kraft der Differenzierung dividiert durch Kraft der Vereinheitlichung)

# DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN FORSCHUNG

## Übersicht 2: Experimente zur Lokalisierung von Gleichgewichtsverteilungen

### I Eliminierung der kleinen Gemeinden nach verschiedenen Abschneidegrenzen

		Wert des Zipf-Exponenten ( $\lambda$ ) für Deutschland (Zahlenfolge links unten) und Sachsen (Zahlenfolge rechts oben) am 31.12.2003 bei Einbeziehung nur der Gemeinden mit .....								
		..... Einwohnerzahlen von mindestens .....								
		1 Mill.	100.000	50.000	39.000	19.000	10.000	8.800	1.000	1
..... Rangnummern 1 bis .....	3	<b>1,0729</b>	2,2703							
	6			1,1388						
	10				<b>1,0005</b>					
	27					0,9651				
	71						0,9947			
	82		1,2653							
	85									
	191									
	516									
	525									
	1.573									
	7.550									
	12.628									

Die dem Gleichgewicht ( $\lambda = 1$ ) nächstliegenden Werte sind fett gedruckt.

### II Klumpung von Gemeinden zu Einzugsbereichen nach verschiedenen Kompaktheitsgraden

		Wert des Zipf-Exponenten ( $\lambda$ ) für Nordrhein-Westfalen am 30.6.2002 bei Bildung von Einzugsbereichen aus durch mindestens ..... % Berufsauspendleranteile verbundenen Gemeinden								
		50%	40%	30%	28%	26%	24%	22%	20%	15%
Anteil der Gemeindeklumpen an der Bevölkerung des Landes	25,5%	1,3075								
	31,0%		1,2227							
	36,8%			1,1568						
	37,9%				1,1538					
	39,0%					1,1460				
	40,3%						1,1384			
	43,2%							1,1102		
	48,8%								1,0463	
	52,6%									1,0247

**Bitte beachten Sie:**

**Ab No. 1/1999 sind alle Beiträge im Internet abrufbar unter**

**<http://soziologie.uni-duisburg.de/dbsf.htm>**

**Bisher sind in der Reihe „Duisburger Beiträge“ erschienen:**

- No. 1/1988 Zum Anspruch einer evolutionsbiologischen Fundierung der Moral.  
**Fritz Rudolph**
- No. 2/1988 Moralische Institutionen und die Ordnung des Handelns in der Gesellschaft.  
Die "utilitaristische" Theorietradition und die Durkheimsche Herausforderung.  
**Hans J. Hummell**
- No. 3/1988 Selbstreferentielle Technologiepolitik. Theoretische und thematische  
Grundlagen der Wirtschaftsbezogenen F & T - Politik.  
**Dieter Urban**
- No. 4/1988 Berufseinmündung, Berufssituation und soziale Lage Duisburger  
Diplom-Sozialwissenschaftler/innen.  
Erste Ergebnisse einer empirischen Erhebung.  
**Dieter W. Emmerling**
- No. 5/1988 Negative Dialektik - oder: Das "andere Genus des Denkens".  
**Helga Gripp-Hagelstange**
- No. 1/1989 Entscheidungsprozesse im Studium: Weiterstudieren oder Aufgeben?  
**Christoph Rülcker, Adelheid Berger, Dieter Emmerling**
- No. 2/1989 Lokale Handlungsebene und Jugendarbeitslosigkeit.  
Ein Forschungsbeitrag zur wohlfahrtsstaatlichen  
Dezentralisierungsdebatte. Ergebniszusammenfassung.  
**Jürgen Krüger, Manfred Pojana, Roland Richter**
- No. 3/1989 Binäre LOGIT-Analyse: ein statistisches Verfahren zur Bestimmung  
der Abhängigkeitsstruktur qualitativer Variablen.  
**Dieter Urban**
- No. 4/1989 Niklas Luhmann - oder: Was ist ein "differenztheoretischer" Ansatz?  
**Helga Gripp-Hagelstange**
- No. 5/1989 Die Rationalität irrationalen Handelns. Kollektive Formen politischer  
Partizipation als Ergebnis individueller Entscheidungsprozesse.  
Eine empirische Analyse.  
**Dieter Urban**

- No. 1/1990 Adorno und Derrida - oder: Der Versuch einer "Dekonstruktion" der Metaphysik.  
**Helga Gripp-Hagelstange**
- No. 2/1990 "Arbeit statt Sozialhilfe" –  
Empirische Evaluation eines Beschäftigungsprogramms für  
arbeitslose Sozialhilfeempfänger.  
**Thomas Bruns und Irene Pawellek**
- No. 3/1990 Jugendarbeitslosigkeit und lokale Legitimationsprobleme.  
**Jürgen Krüger**
- No. 4/1990 Zu System und Problematik legal-bürokratischer Herrschaft  
in der klassischen Organisationstheorie.  
**Wolfgang Holler**
- No. 5/1990 Die kognitive Struktur von Umweltbewußtsein.  
Ein kausalanalytischer Modelltest.  
**Dieter Urban**
- No. 1/1991 Zeitgemäßes Campaigning in der Bundesrepublik Deutschland:  
Empirische und evaluative Hinweise zum Swing-Index, einem neuen  
Instrument des "micro targeting".  
**Sigurd Matz**
- No. 2/1991 Stichworte zur Zukunft des Wohlfahrtsstaates.  
**Jürgen Krüger**
- No. 3/1991 Kokain: Zur gesellschaftlichen Karriere einer Droge.  
**Thomas Schweer und Hermann Strasser**
- No. 4/1991 Der >reale Sozialismus< und sein Niedergang basieren auf dem Marx'schen  
>Ausbeutungs<-Irrtum. Sozialstaatlicher Volkskapitalismus statt Abschaffung  
des Privateigentums an Produktionsmitteln.  
**Dieter Holtmann**
- No. 5/1991 The Distribution of Income in Modern Japan: An Examination  
of the Structural Determinants of Relative Equality.  
**Harold R. Kerbo**
- No. 1/1992 Diplomabschlüsse im integrierten Studiengang Sozialwissenschaften  
an der Universität-GH-Duisburg.  
Eine empirische Analyse der erfolgreich absolvierten Diplomprüfungen  
im Zeitraum 1977 – 1990.  
**Holger Meinken**

## DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN FORSCHUNG

- No. 2/1992 Narzißmus, soziale Einbindung und Suizid. Eine vergleichende Analyse des Suizidgeschehens in Kempten (Allgäu) und seines ländlichen Umfelds im Lichte soziologischer und psychologischer Theorie.  
**Heidi Hlawatschek**
- No. 3/1992 Die parlamentarische Willensbildung in portugiesischen Gemeinden.  
**Wolfgang Holler, Marcelino Passos**
- No. 4/1992 Techniken der Attributdatenanalyse.  
**Uwe Engel**
- No. 5/1992 Karrieremuster in der Kommunalpolitik. Eine empirische Untersuchung am Beispiel von Dinslaken und Duisburg.  
**Andreas Humpert**
- No. 1/1993 Zur relativen Bedeutung eines Klassenkonzepts bei der Erklärung von Einkommens- und Bewußtseinsunterschieden in zehn entwickelten Industriegesellschaften.  
**Tomas Hagelstange, Brigitte Hamm, Dieter Holtmann**
- No. 2/1993 Die Selbstzuschreibung extra-funktionaler Fähigkeiten im Ingenieurstudium. Eine geschlechtervergleichende empirische Untersuchung.  
**Dorothee Laß**
- No. 3/1993 Prozesse der Entvertikalisierung in der japanischen Gesellschaft.  
**Brigitte Hamm**
- No. 4/1993 Sozialstrukturelle Modernisierung: Stabilisierung oder Destruierung des Wohlfahrtsstaates?  
**Jürgen Krüger**
- No. 5/1993 Organisation und Motivation (I)  
**Wolfgang Holler**
- No. 6/1993 Solidarität in Bewegung. Die französischen Krankenschwestern verändern ihre Perspektiven.  
**Ingo Bode**
- No. 7/1993 Japanese Corporations in Germany: Corporate Structure and Employee Relations (A Summary Report).  
**Harold R. Kerbo, Elke Wittenhagen, Keiko Nakao**
- No. 1/1994 Organisation und Motivation (II)  
**Wolfgang Holler**

- No. 2/1994 Kulturelle Nebensächlichkeiten und private Geselligkeit:  
Zu institutionellen Formen einer beliebten Koalition Vorüberlegungen  
zu einem theoretischen Orientierungsrahmen für die Deskription  
und Analyse privater Öffentlichkeit.  
**Christoph Rülcker, Günter Winter, Mitarbeit: Gerd Bloch**
- No. 3/1994 Kollektives Handeln und Ambiguität. Die Regulierung atypischer  
Beschäftigungsverhältnisse in Frankreich und Deutschland.  
**Ingo Bode, Hanns-Georg Brose, Stephan Voswinkel**
- No. 4/1994 Einführung in Windows 3.1; Einführung in Word für Windows 2.0.  
**Thomas Bruns, Günter Winter**
- No. 5/1994 Einführung in SPSS für Windows.  
**Peter Höllmer, Günter Winter**
- No. 6/1994 Schnäppchenmärkte. Zu einer schattenwirtschaftlichen Besonderheit.  
**Christoph Rülcker; Günter Winter**
- No. 1/1995 Zur Distinguierung des sinnlichen Geschmacks: Von der Lust  
zur Krise der Gourmets.  
**Andrea Dederichs**
- No. 2/1995 Studienfach als Differenzierungsmerkmal.  
Ein empirischer Beitrag zur Analyse studentischer Lebenswelten.  
**Josef Köster**
- No. 1/1996 Arbeitslosigkeit und Sucht: Eine qualitative Studie zu Suchtkarrieren  
von Arbeitslosen. Forschungsgruppe Langzeitarbeitslosigkeit:  
**Thomas Schweer (inhaltlich verantwortlich), Hermann Strasser, Gabriele  
Klein, Thomas Bongartz, Klaus Gröhnke**
- No. 2/1996 Soziale Netzwerke bei Langzeitarbeitslosen.  
Forschungsgruppe Langzeitarbeitslosigkeit:  
**Klaus Gröhnke (inhaltlich verantwortlich), Hermann Strasser,  
Thomas Bongartz, Gabriele Klein, Thomas Schweer**
- No. 3/1996 Lohnemanzipation in Europa: Synoptische Beurteilung der Gleichstellung  
abhängig beschäftigter Männer und Frauen nach ihren Durchschnittsverdiensten  
in der Europäischen Union.  
**Wolfgang Gerß**
- No. 4/1996 Am Fordismus vorbei: Bauwirtschaft und Gastgewerbe in Deutschland  
und Frankreich.  
**Stefan Lücking, Stephan Voswinkel**

## DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN FORSCHUNG

- No. 5/1996 Generationensolidarität oder Altenmacht – Was trägt (künftig) den Generationenvertrag?  
Zur politischen Soziologie der staatlichen Alterssicherung.  
**Jürgen Krüger**
- No. 1/1997 "Pumps, leider zu klein...": Eine empirische Studie über den privaten Gebrauchsgüterhandel via Offertenblatt.  
**Birgit Kunde, Christoph Rülcker, Ansgar Schulz-Kleyenstüber, Uwe Zander**
- No. 2/1997 Leistungen und Leistungspotentiale älterer Menschen, Bilanz und Perspektiven des intergenerationalen Lastenausgleichs in Familie und sozialem Netz.  
(Tagungsband)  
**Dieter Grunow, Sylvia Herkel, Hans J. Hummell (Hrsg.)**
- No. 3/1997 Merkmalsraumbildung und Differenzierung von mehrstelligen Variablen.  
**Günter Winter**
- No. 4/1997 Determinanten der Studiendauer:  
Differenzen zwischen Studierenden verschiedener Fachbereiche?  
Ein Zwei-Gruppen-Test.  
**Josef Köster, Uwe Matzat**
- No. 5/1997 Die Arbeitsplatzsuchstrategien von Arbeitslosen.  
Forschungsprojekt Langzeitarbeitslosigkeit:  
**Klaus Gröhnke, Hermann Strasser**
- No. 1/1998 Arbeitszeitverkürzung, Entgelt und Beschäftigung.  
**Gerhard Bosch**
- No. 2/1998 "Marxloh". Ansichten über einen Duisburger Stadtteil.  
**Thomas Rommelpacher, Christoph Rülcker, Ansgar Schulz-Kleyenstüber, Uwe Zander**
- No. 1/1999 Marktphilosophien in der Beschäftigungskrise . Zu den Wirksamkeits- und Wirtschaftlichkeitsannahmen im Ersten und Zweiten Arbeitsmarkt.  
**Achim Trube**
- No. 2/1999 Der große Zapfenstreich.  
Eine soziologische Analyse eines umstrittenen Rituals.  
**Ulrich Steuten**
- No. 3/1999 Sozialwissenschaftliches Praktikum in der amtlichen Statistik.  
Fallbeispiel: Ergebnisse politischer Wahlen und Strukturmerkmale der nordrhein-westfälischen Gemeinden.  
**Wolfgang Gerß**

- No. 4/1999 Arbeiten für gute Zwecke.  
Organisation und Beschäftigung im Dritten Sektor.  
**Ingo Bode, Achim Graf**
- No. 5/1999 Bedingungen und Möglichkeiten kreativen und innovativen Handelns: Die wechselseitige Strukturierung von Subjekten und Organisationen.  
Ideenskizze und Bestandsaufnahme.  
**Ursula Holtgrewe**
- No. 1/2000 Rationalisierung im Dienstleistungssektor – Strategien und Probleme:  
Ein Literaturbericht.  
**Bernd Bienzeisler**
- No. 1/2002 Arbeitsmarkt und soziales Kapital: Eine komprimierte Darstellung theoretischer Grundlagen und empirischer Befunde.  
**Peter Runia**
- No. 2/2002 Kurzstudie zu einer Todesfallstatistik über Kinder und Jugendliche in Münster/Westf.:  
Eine Erhebung zu Todesfällen für den Zeitraum 1991-1998.  
**Jürgen Guggenmos, Sigurd Matz**
- No. 3/2002 Transformationspfade intermediärer Wohlfahrtsproduktion:  
Die Entwicklung der Caritas im deutsch-französischen Vergleich.  
**Ingo Bode**
- No. 4/2002 Vom Payer zum Player – Oder: Krankenkassen im Wandel.  
Der Fall der AOK und ein vergleichender Exkurs nach Frankreich.  
**Ingo Bode**
- No. 5/2002 Methoden und Konzepte wissensintensiver Dienstleistungsarbeit.  
Arbeitsberichte eines Hauptseminars.  
**Karen Shire, Bernd Bienzeisler**
- No. 1/2003 Unsichere Beschäftigung – unsichere Integration?  
Auswirkungen destandardisierter Beschäftigung auf die Einbindung in Familie und soziale Netzwerke.  
**Martin Diewald, Michael Eberle**
- No. 2/2003 Erwerbsbiographien von Männern und die sozialen Beziehungen zu Verwandten und Freunden.  
**Martin Diewald**
- No. 3/2003 Die Verbreitung des Crackkonsums in Nordrhein-Westfalen aus der Sicht von Rauschgiftfahndern: Eine explorative Studie.  
**Thomas Schweer**

- No. 4/2003 Der Zwang zur Toleranz oder  
Die gesellschaftliche Bedeutung der Political Correctness.  
**Roelf Bleeker-Dohmen**
- No. 5/2003 Die Regulierung der Zeitarbeit in Deutschland –  
Vom Sonderfall zur Normalbranche.  
**Katrin Vitols**
- No. 1/2004 Russlanddeutsche und die Polizei in Duisburg:  
Zum Vertrauen russlanddeutscher Spätaussiedler in die Polizei.  
**Steffen Zdun**
- No. 2/2004 Polizisten und Asylbewerber in Duisburg.  
**Marion Lillig**
- No. 3/2004 Nutzung von Daten der historischen Statistik in Lehrforschungsprojekten.  
**Wolfgang Gerß**
- No. 4/2004 Benachteiligte Bevölkerungsgruppen in „sozialen Brennpunkten“ –  
Eine Untersuchung zweier Stadtteile in Nordrhein-Westfalen.  
**Günter Bell**
- No. 5/2004 Klassen, Schichten, Lagen und die Deutung sozialer Ungleichheit.  
Zum weberianischen Aufbruch in der Ungleichheitsforschung.  
**Gerd Nollmann**
- No. 6/2004 Mit der Kultur gegen die Kultur.  
Chancen und Grenzen des Kulturbegriffs bei Niklas Luhmann.  
**Christian Colli**
- No. 7/2004 Wohnungslosigkeit.  
Ein verdrängtes Phänomen am Rand der Gesellschaft.  
**Henning van den Brink**
- No. 8/2004 Der Beitrag der Analyse der Regulierung der Zeitarbeit  
zur Steuerung des deutschen Arbeitsmarktes.  
**Katrin Vitols**
- No. 1/2005 Wann ist ein Steuersystem gerecht?  
Einstellungen zu allgemeinen Prinzipien der Besteuerung und zur  
Gerechtigkeit der eigenen Steuerlast.  
**Stefan Liebzig und Steffen Mau**
- No. 2/2005 Von der Lebensführung zur Selbstinszenierung.  
Soziologische Überlegungen zur Diffusion der Ehre  
in der Gegenwartsgesellschaft.  
**Ulrich Steuten**

## DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN FORSCHUNG

- No. 3/2005    Der Leistungswert als kausale Verhaltensbegründung.  
Ergebnisse einer Umfrage zur sozialstrukturellen Geltung  
des Leistungswerts in Bildung und Beruf.  
**Gerd Nollmann**
- No. 4/2005    Untersuchungen zu demographischen Gleichgewichtsverteilungen  
nach dem Zipfschen Gesetz.  
**Wolfgang und Joachim Gerß**